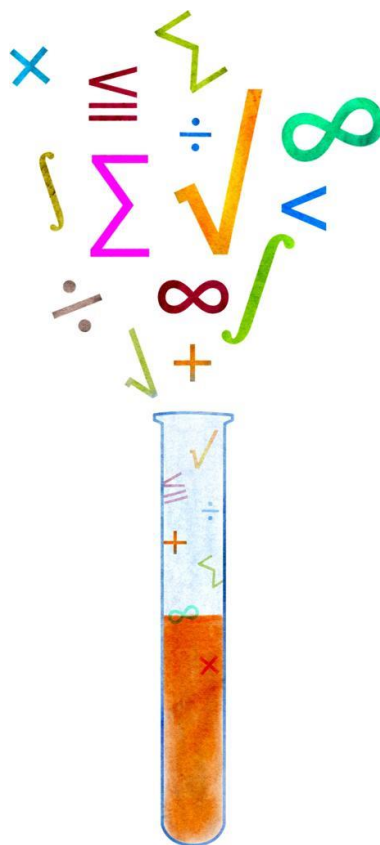




UNIVERZITA
KONŠTANTÍNA FAKULTA
FILOZOFA PRÍRODNÝCH VIED
VNITRE A INFORMATIKY

VÝPOČTY V CHÉMII – RIEŠENÉ ÚLOHY PRE ROZŠIRUJÚCE ŠTÚDIUM

Jana Braniša – Mária Porubská – Marián Valko – Karin Koóšová



2023

Výpočty v chémii – riešené úlohy pre rozširujúce štúdium

Edícia Prírodovedec č. 817

Autori:

doc. Mgr. Jana Braniša, PhD.
doc. Ing. Mária Porubská, PhD.
prof. Ing. Marián Valko, DrSc.
Mgr. Karin Koošová

(c) 2022 Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre

Publikácie je podporená z projektu 001UKF-2-1/2022 Zvyšovanie kvality prípravy budúcich učiteľov matematiky, fyziky, chémie, informatiky, anglického jazyka, slovenského jazyka a techniky formou doplňujúceho pedagogického štúdia a rozširujúceho štúdia na UKF v Nitre.

ISBN 978-80-558-2039-2

Predhovor

Rozšírenie odbornosti štúdiom popri zamestnaní nie je jednoduché. Okrem pevných vôľových vlastností, podpory okolia a dôkladného časového manažmentu adepta sú kľúčové základné vedomosti, na ktorých sa zakladajú nadväzné disciplíny. Mnohé poznatky, ktoré poslucháč v minulosti možno aj mal, časom vybledli a je potrebné ich obnoviť.

Predkladané texty majú práve toto poslanie. Skrátenu formou ponúkajú základné teoretické súvislosti, ale aj ich demonštrovanie na konkrétnych príkladoch z matematiky, chémie a fyziky.

Autori dúfajú, že texty budú dobrou a najmä zrozumiteľnou učebnou pomôckou, ušetria čas na vyhľadávanie v rôznych externých zdrojoch a zlepšia predpoklad na úspešné absolvovanie rozširujúceho štúdia.

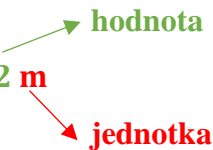
OBSAH

Premena jednotiek.....	5
Premena jednotiek dĺžky	7
Premena jednotiek objemu	9
Premena jednotiek hmotnosti	11
Premena jednotiek plochy.....	13
Násobky a diely fyzikálnych jednotiek.....	15
Vyjadrovanie neznámej zo vzorca	18
Mocniny s celočíselným mociteľom.....	26
Derivácie	35
Látkové množstvo	62
Mólová a látková koncentrácia.....	71
Mólová koncentrácia.....	73
Látková koncentrácia	79
Príprava a zmiešavanie roztokov	91
Zoznam použitej literatúry	102

Premena jednotiek

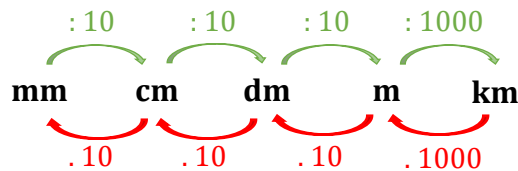
Fyzikálna veličina obsahuje vždy kvantitatívnu hodnotu a jednotku. Napríklad špagát je dlhý 2 metre. Hodnotou je číslo 2, jednotkou je meter.

Špagát je dlhý **2 m**



Niekedy daná jednotka nemá vhodnú veľkosť pre jednoduché vyjadrenie jej množstva. Napríklad množstvo účinnej látky v liekoch je veľmi malé a nie je vhodné ho vyjadrovať v kilogramoch. Aby sme mohli premeniť z jedného typu jednotiek na iný, musíme poznať **prepočítavací pomer** medzi oboma jednotkami.

Prevody medzi jednotkami **dĺžky** znázorňuje nasledujúca schéma:



Platí pravidlo, že pri prevode z väčších jednotiek na menšie je potrebné číselnú hodnotu **vynásobiť** koeficientom. Naopak, pri prevode menších jednotiek na väčšie jednotky, musíme číselnú hodnotu **deliť** koeficientom.

Úloha: Preved'te hodnotu 0,2 kg na gramy

$$1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g} = 1000 \text{ g}$$

$$1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg} = 0,001 \text{ kg}$$

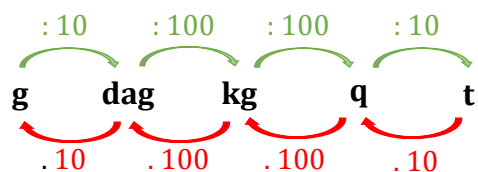
Vieme, že 1 gram je 0,001 kg, preto musíme fyzikálnu veličinu 0,2 kg **deliť hodnotou** 0,001 alebo $1 \cdot 10^{-3}$, čo je 200 g.

$$\frac{0,2}{0,001} = \frac{0,2}{1 \cdot 10^{-3}} = 0,2 \cdot 10^3 = 200 \text{ mg}$$

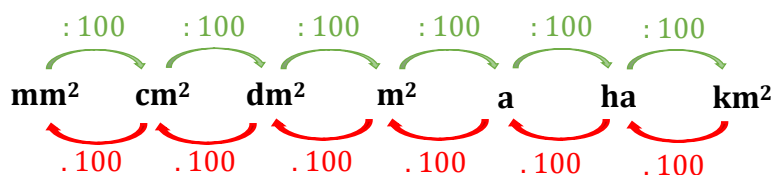
Z kilogramov na gramy môžeme konvertovať aj **vynásobením hodnotou** 1 000, pretože 1 kg sa rovná 1 000 gramom.

Premenu jednotiek môžeme vykonávať len medzi jednotkami rovnakých fyzikálnych veličín vyjadrujúcich rovnakú fyzikálnu vlastnosť (napr. dĺžku, teplotu, čas).

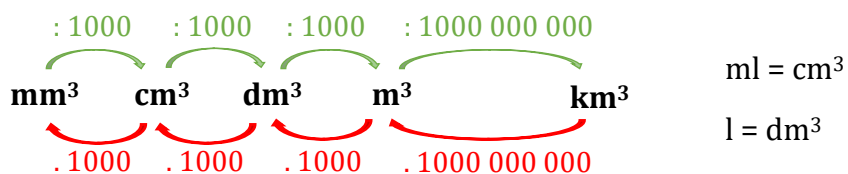
Prevody medzi jednotkami **hmotnosti** znázorňuje nasledujúca schéma:



Prevody medzi jednotkami **plochy** znázorňuje nasledujúca schéma:



Prevody medzi jednotkami **objemu** znázorňuje nasledujúca schéma:



Premena jednotiek dĺžky

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách dĺžky

$$6,3 \text{ km} = \quad \text{m}$$

$$0,2 \text{ dm} = \quad \text{m}$$

$$100 \text{ cm} = \quad \text{m}$$

$$8\,500 \text{ mm} = \quad \text{dm}$$

$$12,6 \text{ cm} = \quad \text{m}$$

$$0,43 \text{ dm} = \quad \text{mm}$$

$$200 \text{ mm} = \quad \text{m}$$

$$524 \text{ m} = \quad \text{km}$$

$$18,4 \text{ km} = \quad \text{m}$$

Príklad 2: Vyjadrite v správnych jednotkách

$$6 \text{ m} = 600$$

$$1\,250 \text{ mm} = 12,5$$

$$0,9 \text{ km} = 900$$

$$0,52 \text{ dm} = 5,2$$

$$620 \text{ dm} = 0,0620$$

$$200 \text{ m} = 20\,000$$

$$15\,820 \text{ m} = 15,82$$

$$0,47 \text{ dm} = 4,7$$

Príklad 3: Nájdite chybné zápisy a opravte ich

$$18 \text{ m} = 18\,000 \text{ cm}$$

$$1\,250 \text{ mm} = 12,5 \text{ cm}$$

$$0,47 \text{ km} = 470 \text{ m}$$

$$26 \text{ dm} = 2,6 \text{ cm}$$

$$0,023 \text{ m} = 23 \text{ cm}$$

$$32,1 \text{ m} = 321 \text{ dm}$$

$$5\,815 \text{ mm} = 58,15 \text{ dm}$$

$$3 \text{ km} = 3\,000 \text{ dm}$$

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách dĺžky

6,3 km = 6300	m
0,2 dm = 0,02	m
100 cm = 1	m
8 500 mm = 85	dm
12,6 cm = 0,126	m
0,43 dm = 43	mm
200 mm = 0,2	m
524 m = 0,524	km
18,4 km = 18 400	m

Príklad 2: Vyjadrite v správnych jednotkách

6 m = 600 cm
1 250 mm = 12,5 dm
0,9 km = 900 m
0,52 dm = 5,2 cm
620 dm = 0,0620 km
200 m = 20 000 cm
15 820 m = 15,82 km
0,47 dm = 4,7 cm

Príklad 3: Nájdite chybné zápisy a opravte ich

18 m = 18 000 cm	správne 1800 cm alebo 18 000 mm
1 250 mm = 12,5 cm	správne 12,5 dm alebo 125 cm
0,47 km = 470 m	
26 dm = 2,6 cm	správne 2,6 m dm alebo 260 cm
0,023 m = 23 cm	správne 2,3 cm alebo 23 mm
32,1 m = 321 dm	
5 815 mm = 58,15 dm	
3 km = 3 000 dm	správne 30 000 dm alebo 3000 m

Premena jednotiek objemu

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách objemu

281 ml =	dm ³
14,63 cm ³ =	mm ³
58,1 dm ³ =	cm ³
6 025 mm ³ =	cm ³
15 m ³ =	dm ³
61 cm ³ =	ml
3 124 dm ³ =	m ³
26 cm ³ 64 mm ³ =	mm ³
3 dm ³ 452 cm ³ =	ml
0,89 l =	ml

Príklad 2: Vyjadrite v správnych jednotkách alebo doplňte číselnú hodnotu

120,5 m ³ =	120 500
3,9 ml =	cm ³
75 l =	ml
753 mm ³ =	0,753
8,05 cm ³ =	8 050
1 610 cm ³ =	m ³
89 m ³ =	l
1,35 dm ³ =	1 350

Príklad 3: Nájdite chybné zápisy a opravte ich

0,75 l = 0,75 m ³
563 ml = 563 000 l
13,5 mm ³ = 0,0135 dm ³
9 500 m ³ = 9,5 dm ³
0,025 cm ³ = 25 dm ³
12 dm ³ = 0,012 m ³
54,64 l = 54 640 mm ³
0,41 mm ³ = 41 000 cm ³

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách objemu

$$281 \text{ ml} = \mathbf{0,281} \text{ dm}^3$$

$$14,63 \text{ cm}^3 = \mathbf{14\ 630} \text{ mm}^3$$

$$58,1 \text{ dm}^3 = \mathbf{58\ 100} \text{ cm}^3$$

$$6\ 025 \text{ mm}^3 = \mathbf{6,025} \text{ cm}^3$$

$$15 \text{ m}^3 = \mathbf{15\ 000} \text{ dm}^3$$

$$61 \text{ cm}^3 = \mathbf{61} \text{ ml}$$

$$3\ 124 \text{ dm}^3 = \mathbf{3,124} \text{ m}^3$$

$$26 \text{ cm}^3\ 64 \text{ mm}^3 = (26\ 000 + 64) \text{ mm}^3 = \mathbf{26\ 064} \text{ mm}^3$$

$$3 \text{ dm}^3\ 452 \text{ cm}^3 = (3\ 000 + 452) \text{ ml} = \mathbf{3\ 452} \text{ ml}$$

$$0,89 \text{ l} = \mathbf{890} \text{ ml}$$

Príklad 2: Vyjadrite v správnych jednotkách alebo doplňte číselnú hodnotu

$$120,5 \text{ m}^3 = 120\ 500 \mathbf{dm}^3$$

$$3,9 \text{ ml} = \mathbf{3,9} \text{ cm}^3$$

$$75 \text{ l} = \mathbf{75\ 000} \text{ ml}$$

$$753 \text{ mm}^3 = 0,753 \mathbf{cm}^3$$

$$8,05 \text{ cm}^3 = 8\ 050 \mathbf{ml}$$

$$1\ 610 \text{ cm}^3 = \mathbf{0,00161} \text{ m}^3$$

$$89 \text{ m}^3 = \mathbf{89\ 000} \text{ l}$$

$$1,35 \text{ dm}^3 = 1\ 350 \mathbf{cm}^3$$

Príklad 3: Nájdite chybné zápisy a opravte ich

$$0,75 \text{ l} = 0,75 \text{ m}^3 \quad \mathbf{\text{správne } 750 \text{ m}^3 \text{ alebo } 0,75 \text{ dm}^3}$$

$$563 \text{ ml} = 563\ 000 \text{ l} \quad \mathbf{\text{správne } 563\ 000 \text{ mm}^3 \text{ alebo } 0,563 \text{ dm}^3}$$

$$13,5 \text{ mm}^3 = 0,0135 \text{ dm}^3$$

$$9\ 500 \text{ m}^3 = 9,5 \text{ dm}^3 \quad \mathbf{\text{správne } 9\ 500\ 000 \text{ dm}^3}$$

$$0,025 \text{ cm}^3 = 25 \text{ dm}^3$$

$$12 \text{ dm}^3 = 0,012 \text{ m}^3$$

$$54,64 \text{ l} = 54\ 640 \text{ mm}^3 \quad \mathbf{\text{správne } 54\ 640 \text{ cm}^3 \text{ alebo } 54\ 640\ 000 \text{ mm}^3}$$

$$0,41 \text{ mm}^3 = 41\ 000 \text{ cm}^3 \quad \mathbf{\text{správne } 0,00041 \text{ cm}^3}$$

Premena jednotiek hmotnosti

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách hmotnosti

$$43 \text{ g} = \text{dag}$$

$$0,28 \text{ t} = \text{kg}$$

$$63,82 \text{ mg} = \text{g}$$

$$2542 \text{ g} = \text{kg}$$

$$36\,856 \text{ dag} = \text{mg}$$

$$2,0005 \text{ q} = \text{t}$$

$$694,31 \text{ mg} = \text{dag}$$

$$2 \text{ t} = \text{kg}$$

$$146 \text{ kg} = \text{g}$$

$$286\,945 \text{ mg} = \text{q}$$

Príklad 2: Vyjadrite v správnych jednotkách

$$2,301 \text{ q} = 23\,010$$

$$0,003 \text{ t} = 3$$

$$7\,468 \text{ g} = 7,468$$

$$679\,544 \text{ mg} = 0,679\,554$$

$$0,17 \text{ dag} = 0,0000017$$

$$0,000065 \text{ q} = 6500$$

$$55\,774 \text{ g} = 0,55\,774$$

$$25 \text{ t} = 25\,000\,000$$

Príklad 3: Nájdite chybné zápisy a opravte ich

$$1\,756 \text{ kg} = 1\,756\,000 \text{ t}$$

$$0,0049 \text{ q} = 49 \text{ g}$$

$$1\,874\,002 \text{ mg} = 1,874\,002 \text{ kg}$$

$$365 \text{ t} = 365\,000 \text{ kg}$$

$$0,1745 \text{ kg} = 17,45 \text{ mg}$$

$$48\,200 \text{ g} = 0,048\,200 \text{ t}$$

$$8,666 \text{ dag} = 86\,000 \text{ g}$$

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách hmotnosti

43 g = **4,3** dag

0,28 t = **280** kg

63,82 mg = **0,06382** g

2542 g = **2,542** kg

36 856 dag = **368 560 000** mg

2,0005 q = **0,20005** t

694,31 mg = **0,069431** dag

2 t = **2 000** kg

146 kg = **146 000** g

286 945 mg = **0, 00286945** q

Príklad 2: Vyjadrite v správnych jednotkách

2,301 q = 23 010 **dag**

0,003 t = 3 **kg**

7 468 g = 7, 468 **kg**

679 544 mg = 0,679 554 **kg**

0,17 dag = 0,0000017 **t**

0,000065 q = 6500 **mg**

55 774 g = 0,55 774 **q**

25 t = 25 000 000 **g**

Príklad 3: Nájdite chybné zápisy a opravte ich

1 756 kg = 1 756 000 t **správne 1,756 t alebo 1 756 000 g**

0,0049 q = 49 g **správne 49 dag alebo 490 g**

1 874 002 mg = 1,874 002 kg

365 t = 365 000 kg

0,1745 kg = 17, 45 mg **správne 17,45 dag alebo 174500 mg**

48 200 g = 0,048 200 t

8,666 dag = 86 000 g **správne 86 000 mg alebo 86,66 g**

Premena jednotiek plochy

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách obsahu

$$235 \text{ cm}^2 = \quad \text{dm}^2$$

$$0,45 \text{ km}^2 = \quad \text{a}$$

$$6,89 \text{ dm}^2 = \quad \text{mm}^2$$

$$0,81 \text{ m}^2 = \quad \text{cm}^2$$

$$31 \text{ ha} = \quad \text{a}$$

$$7\,547 \text{ cm}^2 = \quad \text{m}^2$$

$$8 \text{ ha} = \quad \text{m}^2$$

$$989\,974 \text{ mm}^2 = \quad \text{km}^2$$

$$0,052 \text{ km}^2 = \quad \text{ha}$$

$$2\,744 \text{ mm}^2 = \quad \text{dm}^2$$

Príklad 2: Vyjadrite v správnych jednotkách alebo doplňte číselnú hodnotu

$$5\,422 \text{ cm}^2 = 0,5422$$

$$33 \text{ km}^2 = \quad \text{ha}$$

$$61,77 \text{ m}^2 = 617\,700$$

$$17\,598 \text{ mm}^2 = 1,7598$$

$$2297144 \text{ m}^2 = \quad \text{km}^2$$

$$12,47 \text{ cm}^2 = \quad \text{m}^2$$

$$50 \text{ a} = 0,5$$

$$7\,558 \text{ dm}^2 = \quad \text{m}^2$$

Príklad 3: Nájdite chybné zápisy a opravte ich

$$5,6 \text{ dm}^2 = 0,056 \text{ cm}^2$$

$$3\,526 \text{ mm}^2 = 0,3526 \text{ dm}^2$$

$$5 \text{ ha} = 0,05 \text{ a}$$

$$0,98 \text{ dm}^2 = 9800 \text{ mm}^2$$

$$59\,331 \text{ mm}^2 = 5\,933,1 \text{ cm}^2$$

$$0,00195 \text{ km}^2 = 1950000000 \text{ mm}^2$$

$$76 \text{ m}^2 = 0,076 \text{ mm}^2$$

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách obsahu

$$235 \text{ cm}^2 = \mathbf{2,35} \text{ dm}^2$$

$$0,45 \text{ km}^2 = \mathbf{4\ 500} \text{ a}$$

$$6,89 \text{ dm}^2 = \mathbf{68\ 900} \text{ mm}^2$$

$$0,81 \text{ m}^2 = \mathbf{8\ 100} \text{ cm}^2$$

$$31 \text{ ha} = \mathbf{3\ 100} \text{ a}$$

$$7\ 547 \text{ cm}^2 = \mathbf{0,7547} \text{ m}^2$$

$$8 \text{ ha} = \mathbf{80\ 000} \text{ m}^2$$

$$989\ 974 \text{ mm}^2 = \mathbf{0,000000989974} \text{ km}^2$$

$$0,052 \text{ km}^2 = \mathbf{5,2} \text{ ha}$$

$$2\ 744 \text{ mm}^2 = \mathbf{0,2744} \text{ dm}^2$$

Príklad 2: Vyjadrite v správnych jednotkách alebo doplňte číselnú hodnotu

$$5\ 422 \text{ cm}^2 = 0,5422 \mathbf{m}^2$$

$$33 \text{ km}^2 = \mathbf{3\ 330} \text{ ha}$$

$$61,77 \text{ m}^2 = 617\ 700 \mathbf{cm}^2$$

$$17\ 598 \text{ mm}^2 = 1,7598 \mathbf{dm}^2$$

$$2297144 \text{ m}^2 = \mathbf{2,297144} \text{ km}^2$$

$$12,47 \text{ cm}^2 = \mathbf{0,001247} \text{ m}^2$$

$$50 \text{ a} = 0,5 \mathbf{ha}$$

$$7\ 558 \text{ dm}^2 = \mathbf{75,58} \text{ m}^2$$

Príklad 3: Nájdite chybné zápisy a opravte ich

$$5,6 \text{ dm}^2 = 0,056 \text{ cm}^2 \quad \mathbf{\text{správne } 560 \text{ cm}^2 \text{ alebo } 0,056 \text{ m}^2}$$

$$3\ 526 \text{ mm}^2 = 0,3526 \text{ dm}^2$$

$$5 \text{ ha} = 0,05 \text{ a} \quad \mathbf{\text{správne } 0,05 \text{ km}^2 \text{ alebo } 500 \text{ a}}$$

$$0,98 \text{ dm}^2 = 9800 \text{ mm}^2$$

$$59\ 331 \text{ mm}^2 = 5\ 933,1 \text{ cm}^2 \quad \mathbf{\text{správne } 593,31 \text{ cm}^2}$$

$$0,00195 \text{ km}^2 = 1950000000 \text{ mm}^2$$

$$76 \text{ m}^2 = 0,076 \text{ mm}^2 \quad \mathbf{\text{správne } 76000000 \text{ mm}^2}$$

Násobky a diely fyzikálnych jednotiek

Bežne sa stáva, že číselná hodnota fyzikálnej veličiny je buď veľmi malá alebo veľmi veľká. Zapisovanie takýchto čísel a ich používanie v dlhej forme je problematické, pretože písaním viacerých núl je väčšia pravdepodobnosť, že sa dopustíte chyby. Preto sa zaviedlo jednoduchšie riešenie – zápis pomocou mocniny 10, ktorú pripojíme k číslu zredukovanému na úroveň jednotiek.

- $1 \cdot 10^3 = 1\,000$
- $1 \cdot 10^5 = 100\,000$

Exponent je mocnina, na ktorú je číslo 10 umocnené, čiže rovná sa počtu núl, ktoré nasledujú za 1.

Napr. číslo 258,7 môžeme nahradiť rovnocenným zápisom $2,587 \cdot 10^2$.

Aby sa ešte jednoduchšie pracovalo s týmito číslami (pri výpočtoch alebo zápise hodnoty) sa používajú **metrické predpony**. Niekoľko najbežnejších predpôn používaných v sústave jednotiek SI je uvedených v tabuľke 1.

Tabuľka 1 Prehľad metrických predpôn

Metrická predpona	Značka	Násobiteľ	10^n
tera-	T	1 000 000 000 000	10^{12}
giga-	G	1 000 000 000	10^9
mega-	M	1 000 000	10^6
kilo-	k	1 000	10^3
hekto-	h	100	10^2
deka-	da	10	10^1
-	-	1	10^0
deci-	d	1/10	10^{-1}
centi-	c	1/100	10^{-2}
mili-	m	1/1 000	10^{-3}
mikro-	μ	1/1 000 000	10^{-6}
nano-	n	1/1 000 000 000	10^{-9}
piko-	p	1/1 000 000 000 000	10^{-12}
femto-	f	1/1 000 000 000 000 000	10^{-15}

Prevody medzi metrickými jednotkami je možné vykonať jednoducho posunutím desatinného miesta čísla **o 3 miesta**.

Niektoré predpony vytvárajú násobok pôvodnej jednotky: napríklad: 1 kg má 1 000 g, predpona kilo- znamená, že číslo vynásobíme 10^3 alebo 1000.

Iné predpony sú zlomkom pôvodnej jednotky: príklad: 5 200 mg je 5,2 g, predpona mili- znamená, že číslo vydělíme 10^3 alebo 1000.

Existujú **4 metrické predpony**, ktoré neposúvajú číslo o 3 desatinné miesta. Sú to násobky deka- a hekto- a podnásobky centi- a deci-.

Jedno z mála pravidiel pri používaní metrických predpôn je, že ich nemožno navzájom kombinovať. Napríklad, ak máte merania v gigametroch (10^9 m), nie je vhodné hovoriť o kilomegometroch ($10^3 \cdot 10^6 = 10^9$).

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách

332 161 mW =	W
2,6 GPa =	Pa
645 GB =	MB
41 297 μ N =	mN
1,82 kJ =	J
6 234 ns =	s
316,6 μ g =	mg
0,2114 ml =	μ l
0,000721 mJ =	pJ
1,87 TN =	MN
7 461 nm =	μ m
82 600 MB =	GB
5,5 s =	ps
3,7 TB =	GB
0,006 kg =	mg

Príklad 2: Prepíšte fyzikálne veličiny pomocou metrickej predpony tak, aby výsledná číselná hodnota bola väčšia ako 1.

0,00004 N =
15423 mg =
6 554 000 000 ns =
0,002 TB =
0,00685 mg =
4200000 J =
0,000000008 TPa =
0,06 l =
3 770 kW =
5762 nl =
0,00125 kB =

Príklad 1: Vyjadrite v uvedených jednotkách

332 161 mW = 332,161	W
2,6 GPa = 2 600 000 000	Pa
645 GB = 645 000	MB
41 297 μ N = 41,297	mN
1,82 kJ = 1 820	J
6 234 ns = 0,000006234	s
316,6 μ g = 0,3166	mg
0,2114 ml = 211,4	μ l
0,000721 mJ = 721 000	pJ
1,87 TN = 1 870 000	MN
7 461 nm = 7,461	μ m
82 600 MB = 82,6	GB
5,5 s = 5 500 000 000 000	ps
3,7 TB = 3 700	GB
0,006 kg = 6 000	mg

Príklad 2: Prepíšte fyzikálne veličiny pomocou metrickej predpony tak, aby výsledná číselná hodnota bola väčšia ako 1.

0,00004 N = 40 μN
15423 mg = 15,423 g
6 554 000 000 ns = 6,554 s
0,002 TB = 2 GB
0,00685 mg = 6,85 μg
4200000 J = 4,2 MJ
0,000000008 TPa = 8 kPa
0,06 l = 60 ml
3 770 kW = 3,77 MW
5762 nl = 5,762 μl
0,00125 kB = 1,25 B

Vyjadrovanie neznámej zo vzorca

Vzorke sú špeciálnym typom rovníc, ktoré vyjadrujú dôležitý vzťah medzi dvoma alebo viacerými premennými. Napríklad vzorec $S = a^2$ ukazuje, ako súvisí plocha štvorca S s jeho dĺžkou strany (a).

Riešenie rovníc spočíva v hľadaní chýbajúcej informácie (neznámej) pomocou iných dát, ktoré sú nám známe. V matematike sa skúmaná veličina (známa alebo neznáma) nazýva **premenná** a je reprezentovaná písmenom, zvyčajne **x** alebo **y**.

Pri riešení rovníc používame matematické operácie ako napríklad sčítanie, odčítanie, násobenie, delenie, umocňovanie a odmocňovanie.

Dôležité je, aby sa počas celého riešenia rovníc zachovala rovnosť oboch strán. **Ak vykonáte nejakú matematickú operáciu na jednej strane rovnice, musíte urobiť to isté i na druhej strane rovnice, aby sa nezmenila hodnota výrazu.**

Pri riešení matematických rovníc musíte osamostatniť (izolovať) premennú. Izolácia premennej znamená, že ste premennú dostali samotnú na ľavú (alebo pravú) stranu rovnice a všetko ostatné je na druhej strane.

Ako teda viete, ktorú operáciu použiť a kedy? Opakom **sčítania** je odčítanie. Ak na jednej strane rovnice odčítavate, musíte takú istú matematickú operáciu urobiť i na druhej strane rovnice – odčítavať. Pri riešení rovníc dodržiavajte základné pravidlá:

- pozrite sa na rovnicu a zistite, čo je pre Vás neznáma,
- zistite, ktoré čísla (členy) sa budú presúvať na druhú stranu rovnice, aby ste osamostatnili zvolenú premennú,
- zistite, ktorú operáciu máte použiť,
- vykonajte matematickú operáciu tak, aby ste zachovali rovnosť.

Príklad:

Vyriešte rovnicu

$$4x + 6 = 24$$

Neznámou je pre Vás x , potrebujete ho osamostatniť. Preto ako prvé na oboch stranách rovnice odrátajte číslo 6:

$$4x + 6 - 6 = 24 - 6$$

Po odčítaní čísla 6 sa rovnica zmení na:

$$4x = 18$$

Teraz potrebujete od x izolovať číslo 4, čiže obe strany rovnice musíte vydeliť číslom 4:

$$4x = 18 \quad /:4$$

$$4 \times \frac{1}{4} = \frac{18}{4}$$

$$x = 4,5$$

Pri riešení matematických rovníc v chémii s viacerými premennými je potrebné vyjadriť si jednu z veličín. Pri vyjadrení postupujte tak isto, ako pri riešení rovníc s číslami.

Je vhodné vzorec upraviť tak, aby na ľavej strane vzorca bola veličina, ktorú chceme vypočítať.

I tu platí rovnaké pravidlo ako pri riešení matematických rovníc: s obomi stranami rovnice musíte vykonávať rovnakú matematickú operáciu.

Príklad:

Vyjadrite z rovnice objem **V**

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad / \frac{1}{p}$$

$$p V \frac{1}{p} = nRT \cdot \frac{1}{p}$$

$$V = \frac{nRT}{p}$$

Vyjadrite zo vzorca premennú

Príklad 1: $\rho = \frac{m}{V}$

vyjadrite m

Príklad 6: $v = \frac{s}{t}$

vyjadrite s

Príklad 2: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

vyjadrite T

Príklad 7: $c_1 V_1 + c_2 V_2 = c_3 V_3$

vyjadrite V_3

Príklad 3: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

vyjadrite V

Príklad 8: $W = F \cdot s$

vyjadrite F

Príklad 4: $c \cdot V = \frac{m}{M}$

vyjadrite M

Príklad 9: $s = \frac{1}{2} g t^2$

vyjadrite t

Príklad 5: $n = \frac{m}{M}$

vyjadrite m

Príklad 10: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

vyjadrite v_2

Príklad 1: $\rho = \frac{m}{V}$

vyjadrite m

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = \rho \cdot V$$

Príklad 2: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

vyjadrite T

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$T = \frac{p \cdot V}{n \cdot R}$$

Príklad 3: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

vyjadrite V

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$$

Príklad 4: $c \cdot V = \frac{m}{M}$

vyjadrite M

$$c \cdot V = \frac{m}{M}$$

$$M = \frac{m}{c \cdot V}$$

Príklad 5: $n = \frac{m}{M}$

vyjadrite m

$$n = \frac{m}{M}$$

$$m = n \cdot M$$

Príklad 6: $v = \frac{s}{t}$

vyjadrite s

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = v \cdot t$$

Príklad 7: $c_1 V_1 + c_2 V_2 = c_3 V_3$

vyjadrite V₃

$$c_1 V_1 + c_2 V_2 = c_3 V_3$$

$$V_3 = \frac{c_1 V_1 + c_2 V_2}{c_3}$$

Príklad 8: $W = F \cdot s$

vyjadrite F

$$W = F \cdot s$$

$$F = \frac{W}{s}$$

Príklad 9: $s = \frac{1}{2} g t^2$

vyjadrite t

$$s = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

Príklad 10: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

vyjadrite v₂

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

Príklad 11: $E_K = \frac{1}{2}mv^2$

vyjadrite m

Príklad 16: $\frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}$

vyjadrite V_1

Príklad 12: $E_p = mgh$

vyjadrite h

Príklad 17: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

vyjadrite a

Príklad 13: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 v$

vyjadrite r

Príklad 18: $\rho = \frac{N \cdot M_n}{N_A \cdot V}$

vyjadrite N

Príklad 14: $S = 6a^2$

vyjadrite a

Príklad 19: $o = 2\pi r$

vyjadrite r

Príklad 15: $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$

vyjadrite p_2

Príklad 20: $S = \frac{(a + c) \cdot v}{2}$

vyjadrite v

$$\text{Príklad 11: } E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

vyjadrite m

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$m = \frac{2E_K}{v^2}$$

$$\text{Príklad 12: } E_p = mgh$$

vyjadrite h

$$E_p = mgh$$

$$h = \frac{E_p}{mg}$$

$$\text{Príklad 13: } V = \frac{1}{3}\pi r^2 v$$

vyjadrite r

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v$$

$$r = \sqrt{\frac{3V}{\pi v}}$$

$$\text{Príklad 14: } S = 6a^2$$

vyjadrite a

$$S = 6a^2$$

$$a = \sqrt{\frac{S}{6}}$$

$$\text{Príklad 15: } \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

vyjadrite p_2

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{V_2 \cdot T_1}$$

$$\text{Príklad 16: } \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}$$

vyjadrite V_1

$$\frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}$$

$$V_1 = \frac{V_2 \cdot m_1}{m_2}$$

$$\text{Príklad 17: } c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

vyjadrite a

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$\text{Príklad 18: } \rho = \frac{N \cdot M_n}{N_A \cdot V}$$

vyjadrite N

$$\rho = \frac{N \cdot M_n}{N_A \cdot V}$$

$$N = \frac{\rho \cdot N_A \cdot V}{M_n}$$

$$\text{Príklad 19: } o = 2\pi r$$

vyjadrite r

$$o = 2\pi r$$

$$r = \frac{o}{2\pi}$$

$$\text{Príklad 20: } S = \frac{(a + c) \cdot v}{2}$$

vyjadrite v

$$S = \frac{(a + c) \cdot v}{2}$$

$$v = \frac{2S}{a + c}$$

Príklad 21: $p = \frac{W}{t}$

vyjadrite W

Príklad 26: $a_d = \frac{v^2}{r}$

vyjadrite v

Príklad 22: $v = \sqrt{2as}$

vyjadrite s

Príklad 27: $c = R \cdot \sigma$

vyjadrite σ

Príklad 23: $n = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$

vyjadrite I

Príklad 28: $Q = \frac{m \cdot z \cdot F}{M}$

vyjadrite M

Príklad 24: $E = \frac{R \cdot T}{z \cdot F} \ln K_v$

vyjadrite T

Príklad 29: $F_g = k \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$

vyjadrite r

Príklad 25: $\frac{\rho \cdot V}{M} = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$

vyjadrite t

Príklad 30: $\left(p + n^2 \frac{a}{V^2}\right) (V - nb) = nRT$

vyjadrite p

$$\text{Príklad 21: } p = \frac{W}{t}$$

vyjadrite W

$$p = \frac{W}{t}$$

$$W = p \cdot t$$

$$\text{Príklad 22: } v = \sqrt{2as}$$

vyjadrite s

$$v = \sqrt{2as}$$

$$s = \frac{v^2}{2a}$$

$$\text{Príklad 23: } n = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$$

vyjadrite I

$$n = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$$

$$I = \frac{n \cdot z \cdot F}{t}$$

$$\text{Príklad 24: } E = \frac{R \cdot T}{z \cdot F} \ln K_v$$

vyjadrite T

$$E = \frac{R \cdot T}{z \cdot F} \ln K_v$$

$$T = \frac{E \cdot z \cdot F}{R \ln K_v}$$

$$\text{Príklad 25: } \frac{\rho \cdot V}{M} = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$$

vyjadrite t

$$\frac{\rho \cdot V}{M} = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$$

$$t = \frac{\rho \cdot V \cdot z \cdot F}{M \cdot I}$$

$$\text{Príklad 26: } a_d = \frac{v^2}{r}$$

vyjadrite v

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{a_d \cdot r}$$

$$\text{Príklad 27: } c = R \cdot \sigma$$

vyjadrite σ

$$c = R \cdot \sigma$$

$$\sigma = \frac{c}{R}$$

$$\text{Príklad 28: } Q = \frac{m \cdot z \cdot F}{M}$$

vyjadrite M

$$Q = \frac{m \cdot z \cdot F}{M}$$

$$M = \frac{m \cdot z \cdot F}{Q}$$

$$\text{Príklad 29: } F_g = k \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

vyjadrite r

$$F_g = k \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{k m_1 m_2}{F_g}}$$

$$\text{Príklad 30: } \left(p + n^2 \frac{a}{V^2}\right) (V - nb) = nRT$$

vyjadrite p

$$\left(p + n^2 \frac{a}{V^2}\right) (V - nb) = nRT$$

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - n^2 \frac{a}{V^2}$$

Mocniny s celočíselným mocniteľom

Matematický výraz, v ktorom sa opakovane násobí číslo sebou samým, sa nazýva mocnina.

Ak chceme zapísať výpočet objemu kocky s dĺžkou hrany 5 cm, môžeme použiť dva spôsoby:

$$V = 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}$$

alebo aplikovať zjednodušený zápis pomocou exponentov:

$$V = 5^3 \text{ cm}^3$$

Číslo 5 sa nazýva základ a hovorí nám o tom, ktoré číslo sa násobí. Exponent je malé číslo napísané ako horný index vyššie vpravo od základného čísla a určuje, **koľkokrát** sa základné číslo má vynásobiť samo sebou. Mocniny čítame tak, že najprv prečítame základ, potom prečítame exponent ako radovú číslovku v štvrtom páde, napr. päť naštvrtú.

Vlastnosti mocnín:

$$x^0 = 1, \quad \text{ak } x \neq 0$$

$$x^1 = x$$

$$0^n = 0, \quad \text{ak } n > 0$$

0^n je nedefinovaný výraz

Pravidlá pre počítanie s mocninami:

násobenie:

Ak majú dve mocniny rovnaký základ, môžeme ich násobiť. Základ opíšeme a exponenty sčítame.

$$4^5 \cdot 4^2 = (4.4.4.4.4) \cdot (4.4) = 16\,384$$

$$4^5 \cdot 4^2 = 4^{5+2} = 4^7 = 16\,384$$

$$x^k \cdot x^m = x^{k+m}$$

delenie:

$$x^k : x^m = x^{k-m}$$

umocnenie:

$$(x^k)^m = x^{k \cdot m}$$

umocnenie súčinu:

$$(x \cdot y)^k = x^k \cdot y^k$$

umocnenie zlomku:

$$(x : y)^k = x^k : y^k \quad y \neq 0$$

umocnenie zlomku záporným exponentom:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-k} = \left(\frac{y}{x}\right)^k = \frac{y^k}{x^k} \quad x \neq 0, y \neq 0$$

Príklad 1: $\frac{10^{-6}}{10^{-2}}$

Príklad 2: $\frac{2 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-2}}$

Príklad 3: $\frac{1,5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^{12}}$

Príklad 4: $\frac{10^3}{10^{-2}}$

Príklad 5: $\frac{10^{-15}}{10^{-21}}$

Príklad 6: $\frac{10^4}{10^{-11}}$

Príklad 7: $\frac{10^{-8}}{10^{-10}}$

Príklad 1: $\frac{10^{-6}}{10^{-2}}$

$$\frac{10^{-6}}{10^{-2}} = 10^{-6+2} = \mathbf{10^{-4}}$$

Príklad 2: $\frac{2 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-2}}$

$$\frac{2 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-2}} = \frac{1}{2} \cdot 10^{3+2} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \mathbf{10^5}$$

Príklad 3: $\frac{1,5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^{12}}$

$$\frac{1,5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^{12}} = \frac{1}{2} \cdot 10^{11-12} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-1} = 5 \cdot 10^{-2} = \mathbf{0,05}$$

Príklad 4: $\frac{10^3}{10^{-2}}$

$$\frac{10^3}{10^{-2}} = 10^{3+2} = \mathbf{10^5}$$

Príklad 5: $\frac{10^{-15}}{10^{-21}}$

$$\frac{10^{-15}}{10^{-21}} = 10^{-15+21} = \mathbf{10^6}$$

Príklad 6: $\frac{10^4}{10^{-11}}$

$$\frac{10^4}{10^{-11}} = 10^{4+11} = \mathbf{10^{15}}$$

Príklad 7: $\frac{10^{-8}}{10^{-10}}$

$$\frac{10^{-8}}{10^{-10}} = 10^{-8+10} = \mathbf{10^2} = \mathbf{100}$$

Príklad 8: $\frac{6 \cdot 10^{27}}{2 \cdot 10^{16}}$

Príklad 9: $\frac{10^2}{10^4} \cdot 10^{-2}$

Príklad 10: $10^2 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}$

Príklad 11: 10^{-2}

Príklad 12: 10^{-3}

Príklad 13: $10^0 \cdot 10^1$

Príklad 14: $\frac{10^1}{10^1}$

Príklad 15: $6^3 \cdot 6^{10}$

Príklad 16: $(6^3)^3$

Príklad 8: $\frac{6 \cdot 10^{27}}{2 \cdot 10^{16}}$

$$\frac{6 \cdot 10^{27}}{2 \cdot 10^{16}} = 3 \cdot 10^{27-16} = \mathbf{3 \cdot 10^{11}}$$

Príklad 9: $\frac{10^2}{10^4} \cdot 10^{-2}$

$$\frac{10^2}{10^4} \cdot 10^{-2} = 10^{2-4-2} = \mathbf{10^{-4} = 0,0001}$$

Príklad 10: $10^2 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}$

$$10^2 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6} = 10^{2+10-2-6} = \mathbf{10^4}$$

Príklad 11: 10^{-2}

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \mathbf{0,01}$$

Príklad 12: 10^{-3}

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \mathbf{0,001}$$

Príklad 13: $10^0 \cdot 10^1$

$$10^0 \cdot 10^1 = 1 \cdot 10 = \mathbf{10}$$

Príklad 14: $\frac{10^1}{10^1}$

$$\frac{10^1}{10^1} = 10^{1-1} = \mathbf{10^0 = 1}$$

alebo

$$\frac{10^1}{10^1} = \frac{1}{1} = \mathbf{1}$$

Príklad 15: $6^3 \cdot 6^{10}$

$$6^3 \cdot 6^{10} = 6^{3+10} = \mathbf{6^{13}}$$

Príklad 16: $(6^3)^3$

$$(6^3)^3 = 6^{3 \cdot 3} = \mathbf{6^9}$$

Príklad 17: $(5^2)^4$

Príklad 18: $(-5^2)^4$

Príklad 19: $(-5^3)^5$

Príklad 20: $x^3 \cdot x^{10}$

Príklad 21: $x^9 \cdot x^{-1}$

Príklad 22: $x^{-6} \cdot x^{-2}$

Príklad 23: $x^{-4} \cdot x^{-1}$

Príklad 24: $\frac{x^3}{x^{-5}}$

Príklad 25: $\frac{x^3}{x^{11}}$

Príklad 17: $(5^2)^4$

$$(5^2)^4 = 5^{2 \cdot 4} = 5^8$$

Príklad 18: $(-5^2)^4$

$$(-5^2)^4 = (-5)^{2 \cdot 4} = 5^8$$

Príklad 19: $(-5^3)^5$

$$(-5^3)^5 = (-5)^{3 \cdot 5} = (-5)^{15}$$

Príklad 20: $x^3 \cdot x^{10}$

$$x^3 \cdot x^{10} = x^{3+10} = x^{13}$$

Príklad 21: $x^9 \cdot x^{-1}$

$$x^9 \cdot x^{-1} = x^{9-1} = x^8$$

Príklad 22: $x^{-6} \cdot x^{-2}$

$$x^{-6} \cdot x^{-2} = x^{-6-2} = x^{-8} = \frac{1}{x^8}$$

Príklad 23: $x^{-4} \cdot x^{-1}$

$$x^{-4} \cdot x^{-1} = x^{-4-1} = x^{-5} = \frac{1}{x^5}$$

Príklad 24: $\frac{x^3}{x^{-5}}$

$$\frac{x^3}{x^{-5}} = x^{3+5} = x^8$$

Príklad 25: $\frac{x^3}{x^{11}}$

$$\frac{x^3}{x^{11}} = x^{3-11} = x^{-8} = \frac{1}{x^8}$$

Príklad 26: $\frac{x^5}{x^{-2}}$

Príklad 27: $2^3 \cdot 2^4$

Príklad 28: $2^3 \cdot (-2)^4$

Príklad 29: $3^4 \cdot 2^3 \cdot 2^5$

Príklad 30: $4^2 \cdot 4^3 \cdot (-4)^5$

Príklad 31: $27 \cdot 3^7$

Príklad 32: $x^8 : x^3$

Príklad 33: $a^4 : a^4$

Príklad 34: $a^{-10} : a^{-9}$

Príklad 35: $a^{-2} : x^{-9}$

Príklad 26: $\frac{x^5}{x^{-2}}$

$$\frac{x^5}{x^{-2}} = x^{5+2} = x^7$$

Príklad 27: $2^3 \cdot 2^4$

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

Príklad 28: $2^3 \cdot (-2)^4$

$$2^3 \cdot (-2)^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

Príklad 29: $3^4 \cdot 2^3 \cdot 2^5$

$$3^4 \cdot 2^3 \cdot 2^5 = 3^4 \cdot 2^{3+5} = 3^4 \cdot 2^8$$

Príklad 30: $4^2 \cdot 4^3 \cdot (-4)^5$

$$4^2 \cdot 4^3 \cdot (-4)^5 = (-4)^{2+3+5} = (-4)^{10}$$

Príklad 31: $27 \cdot 3^7$

$$27 \cdot 3^7 = 3^3 \cdot 3^7 = 3^{10}$$

Príklad 32: $x^8 : x^3$

$$x^8 : x^3 = \frac{x^8}{x^3} = x^{8-3} = x^5$$

Príklad 33: $a^4 : a^4$

$$a^4 : a^4 = \frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 = 1$$

Príklad 34: $a^{-10} : a^{-9}$

$$a^{-10} : a^{-9} = \frac{a^{-10}}{a^{-9}} = a^{-10+9} = a^{-1} = \frac{1}{a}$$

Príklad 35: $a^{-2} : x^{-9}$

$$a^{-2} : x^{-9} = \frac{a^{-2}}{x^{-9}}$$

Derivácie

V každodennom živote nás často zaujíma, do akej miery mení sa veličina ovplyvňuje zmenu inej súvisiacej veličiny.

Derivácie sú matematickým nástrojom, ktorý nám v prírodných vedách (a nielen tam) pomáha pochopiť a predpovedať **ako rýchlo nastáva táto zmena** medzi veličinami, ktoré majú funkčnú závislosť.

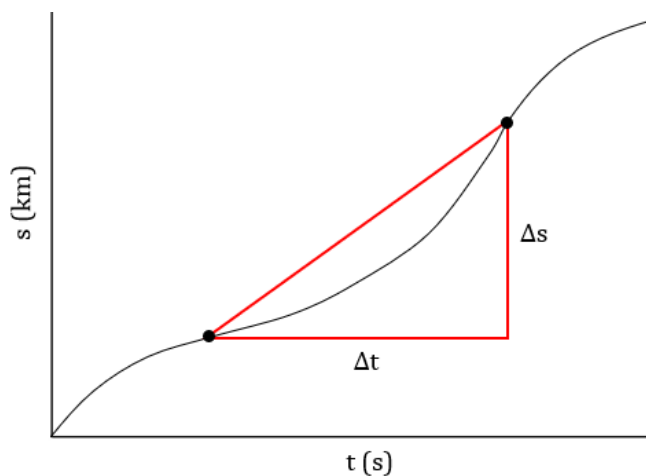
Najčastejšie sa aplikácia derivácie vysvetľuje na príklade pohybujúceho sa dopravného prostriedku. Ak cestujete autobusom do školy veľmi dobre viete, že jeho rýchlosť sa neustále mení. Občas musí autobus spomaliť či zrýchliť, prípadne zastaviť na zastávke alebo križovatke. Ak by ste mali povedať akou rýchlosťou išiel autobus, zrejme by ste nevedeli ihneď odpovedať.

Pomôže nám k tomu vzorec z fyziky pre výpočet priemernej rýchlosti:

$$v = \Delta s / \Delta t$$

kde Δs je zmena miesta polohy autobusu a Δt je čas, za ktorý autobus prešiel daný úsek. Priemerná rýchlosť je teda rýchlosť zmeny polohy vzhľadom na čas.

Ak rozdelíme dráhu na krátke časové intervaly, vieme určiť, akú priemernú rýchlosť mal autobus za daný čas. Čím budú tieto intervaly kratšie (Δt bude menšie), tým presnejšie vieme stanoviť priemernú rýchlosť v akomkoľvek čase bez ohľadu na to, aký malý je časový interval.



Obrázok. 1 Závislosť dráhy od času

Čiže vzorec na výpočet priemernej rýchlosti $v = \Delta s / \Delta t$ (ak sa Δt približuje k nule) by sme mohli zapísať v tvare:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$\text{resp. } v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Derivácia danej funkcie je podiel zmeny závisle premennej – dráhy k veľmi malej zmene nezávisle premennej – času.

Funkcia f' označuje deriváciu funkcie f .

Proces hľadania derivácie sa nazýva **diferenciácia**.

Zápis derivácie možno vykonať viacerými spôsobmi. Všetky sa bežne používajú.

Prvým zápisom je zápis $f'(x)$ pre deriváciu funkcie $f(x)$. Tento zápis zaviedol Lagrange na základe myšlienok Isaaca Newtona. Čiarka, ako horný index pri funkcii f , $f'(x)$ nám označuje, že ide o deriváciu funkcie $f(x)$.

Iný zápis uviedol do praxe Gottfried Wilhelm Leibniz. Deriváciu možno zapísať ako dy/dx . Jeho zápis poukazuje na okamžitú rýchlosť zmeny premennej y vzhľadom na x .

Derivácie možno ešte zapísať v tvare: x' , $D_x f(x)$ alebo $\frac{d}{dx} f(x)$.

Využívajú sa nielen v matematike, ale i vo fyzike, chémii, biológii alebo ekonomike.

Napríklad **poľnohospodárov** zaujíma, do akej miery množstvo pridávaného hnojiva ovplyvní úrodu plodín. Je dobre známe, že s použitím väčšieho množstva hnojív sa zvyšuje i výnos plodín, avšak len do určitého okamihu. Po istom čase pridanie väčšieho množstva hnojiva nezvýši úrodu, ale ju v skutočnosti zníži. Hovoríme, že pôda sa „otrávila“ veľkým prídavkom hnojiva, a preto sa nedosiahne očakávaný výsledok.

Ekonomovia tiež chcú vedieť, ako zmena ceny produktu môže ovplyvniť jej dopyt. Ak majú dostatok zozbieraných dát – koľko produktu predajú za stanovenú cenu – môžu získať funkciu, ktorá im napovie, o koľko sa zvýši alebo zníži predaj ak zmenia cenu.

V **biológii** a **chémii** môžeme pomocou tohto matematického nástroja odhadovať rýchlosť rastu vírusu alebo predpovedať zmenu koncentrácie chemickej látky vstupujúcej do reakcie.

Nižšie je uvedený zoznam niektorých základných pravidiel pre výpočet derivácie funkcie (Tabuľka 2).

Tabuľka 2 Základné pravidlá pre výpočet derivácii

	Funkcia	Derivácia
Pravidlo konštanty:	$f(x) = c$	$f'(x) = 0$
Pravidlo konštantného násobku:	$g(x) = c \cdot f(x)$	$g'(x) = c \cdot f'(x)$
Pravidlo mocninovej funkcie:	$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
Pravidlo súčtu:	$h(x) = f(x) + g(x)$	$h'(x) = f'(x) + g'(x)$
Pravidlo rozdielu:	$h(x) = f(x) - g(x)$	$h'(x) = f'(x) - g'(x)$

Podielové pravidlo:	$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$h'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$
Derivácia goniometrickej funkcie	$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$
	$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$
	$f(x) = \tan(x)$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
	$f(x) = \cot(x)$	$f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$
Exponenciálna derivácia	$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$

Derivujte nižšie uvedené príklady podľa pravidla o derivovaní mocniny.

Príklad 1: $y = x$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

Príklad 2: $y = x^2$

Príklad 3: $y = x^5$

Príklad 4: $y = x^8 y = x^8$

Príklad 5: $y = x^{999}$

Príklad 6: $y = x^6 \cdot x^3$

$$x^r \cdot x^s = x^{r+s}$$

Príklad 7: $y = x^4 \cdot x^2$

Príklad 1: $y = x$

$$y = x$$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$y' = (x^1)' = 1x^{1-1} = 1x^0 = 1$$

$$y' = 1$$

Príklad 2: $y = x^2$

$$y = x^2$$

$$y' = (x^2)' = 2x^{2-1} = 2x^1 = 2x$$

$$y' = 2x$$

Príklad 3: $y = x^5$

$$y = x^5$$

$$y' = (x^5)' = 5x^{5-1} = 5x^4$$

$$y' = 5x^4$$

Príklad 4: $y = x^8$

$$y = x^8$$

$$y' = (x^8)' = 8x^{8-1} = 8x^7$$

$$y' = 8x^7$$

Príklad 5: $y = x^{999}$

$$y = x^{999}$$

$$y' = (x^{999})' = 999x^{999-1} = 999x^{998}$$

$$y' = 999x^{998}$$

Príklad 6: $y = x^6 \cdot x^3$

$$y = x^6 \cdot x^3 = x^{6+3} = x^9$$

$$x^r \cdot x^s = x^{r+s}$$

$$y' = (x^9)' = 9x^{9-1} = 9x^8$$

$$y' = 9x^8$$

Príklad 7: $y = x^4 \cdot x^2$

$$y = x^4 \cdot x^2 = x^6$$

$$y' = (x^6)' = 6x^{6-1} = 6x^5$$

$$y' = 6x^5$$

Príklad 8: $y = \frac{1}{x}$

$$(x^{-n})' = -n \cdot x^{-n-1} = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

Príklad 9: $y = \frac{1}{x^3}$

Príklad 10: $y = \frac{1}{x^n}$

Príklad 11: $y = \frac{1}{x^{10}}$

Príklad 12: $y = \frac{1}{x^{12}}$

Príklad 8: $y = \frac{1}{x}$

$$y = \frac{1}{x} = x^{-1}$$

$$(x^{-n})' = -n \cdot x^{-n-1} = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

$$y' = (x^{-1})' = -1x^{-1-1} = -1x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$y' = -\frac{1}{x^2}$$

Príklad 9: $y = \frac{1}{x^3}$

$$y = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

$$y' = (x^{-3})' = -3x^{-3-1} = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

$$y' = -\frac{3}{x^4}$$

Príklad 10: $y = \frac{1}{x^n}$

$$y = \frac{1}{x^n} = x^{-n}$$

$$y' = (x^{-n})' = -nx^{-n-1} = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

$$y' = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

Príklad 11: $y = \frac{1}{x^{10}}$

$$y = \frac{1}{x^{10}} = x^{-10}$$

$$y' = (x^{-10})' = -10x^{-10-1} = -10x^{-11} = -\frac{10}{x^{11}}$$

$$y' = -\frac{10}{x^{11}}$$

Príklad 12: $y = \frac{1}{x^{12}}$

$$y = \frac{1}{x^{12}} = x^{-12}$$

$$y' = (x^{-12})' = -12x^{-12-1} = -12x^{-13} = -\frac{12}{x^{13}}$$

$$y' = -\frac{12}{x^{13}}$$

Príklad 13: $y = x^{-3}$

Príklad 14: $y = x^{-8}$

Príklad 15: $y = \frac{x^{-5}}{x^{-3}}$

Príklad 16: $y = x^{\frac{1}{2}}$

Príklad 17: $y = x^{\frac{3}{2}}$

Príklad 13: $y = x^{-3}$

$$y = x^{-3}$$

$$y' = (x^{-3})' = -3x^{-3-1} = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

$$y' = -\frac{3}{x^4}$$

Príklad 14: $y = x^{-8}$

$$y = x^{-8}$$

$$y' = (x^{-8})' = -8x^{-8-1} = -8x^{-9} = -\frac{8}{x^9}$$

$$y' = -\frac{8}{x^9}$$

Príklad 15: $y = \frac{x^{-5}}{x^{-3}}$

$$y = \frac{x^{-5}}{x^{-3}} = x^{-5+3} = x^{-2}$$

$$y' = (x^{-2})' = -2x^{-2-1} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

$$y' = -\frac{2}{x^3}$$

Príklad 16: $y = x^{\frac{1}{2}}$

$$y = x^{\frac{1}{2}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Príklad 17: $y = x^{\frac{3}{2}}$

$$y = x^{\frac{3}{2}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)' = \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1} = \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$$

$$y' = \frac{3\sqrt{x}}{2}$$

Príklad 18: $y = x^{\frac{5}{3}}$

Príklad 19: $y = x^{\frac{1}{5}}$

Príklad 20: $y = x^{\frac{2}{5}}$

Príklad 21: $y = x^{\frac{2}{6}}$

Príklad 18: $y = x^{\frac{5}{3}}$

$$y = x^{\frac{5}{3}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{5}{3}}\right)' = \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1} = \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-\frac{3}{3}} = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} = \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3}$$

$$y' = \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3}$$

Príklad 19: $y = x^{\frac{1}{5}}$

$$y = x^{\frac{1}{5}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{5}}\right)' = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$$

$$y' = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$$

Príklad 20: $y = x^{\frac{2}{5}}$

$$y = x^{\frac{2}{5}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{2}{5}}\right)' = \frac{2}{5}x^{\frac{2}{5}-1} = \frac{2}{5}x^{\frac{2}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{2}{5}x^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^3}}$$

$$y' = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^3}}$$

Príklad 21: $y = x^{\frac{2}{6}}$

$$y = x^{\frac{2}{6}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{2}{6}}\right)' = \frac{2}{6}x^{\frac{2}{6}-1} = \frac{2}{6}x^{\frac{2}{6}-\frac{6}{6}} = \frac{2}{6}x^{-\frac{4}{6}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

alebo

$$y = x^{\frac{2}{6}} = x^{\frac{1}{3}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-\frac{3}{3}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

Príklad 22: $y = \sqrt{x}$

Príklad 23: $y = \sqrt[3]{x}$

Príklad 24: $y = \sqrt[4]{x}$

Príklad 25: $y = \sqrt[5]{x}$

Príklad 26: $y = \sqrt[10]{x}$

Príklad 22: $y = \sqrt{x}$

$$y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Príklad 23: $y = \sqrt[3]{x}$

$$y = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-\frac{3}{3}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

Príklad 24: $y = \sqrt[4]{x}$

$$y = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)' = \frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}-1} = \frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}-\frac{4}{4}} = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

Príklad 25: $y = \sqrt[5]{x}$

$$y = \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{5}}\right)' = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$$

$$y' = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$$

Príklad 26: $y = \sqrt[10]{x}$

$$y = \sqrt[10]{x} = x^{\frac{1}{10}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{10}}\right)' = \frac{1}{10}x^{\frac{1}{10}-1} = \frac{1}{10}x^{\frac{1}{10}-\frac{10}{10}} = \frac{1}{10}x^{-\frac{9}{10}} = \frac{1}{10\sqrt[10]{x^9}}$$

$$y' = \frac{1}{10\sqrt[10]{x^9}}$$

Príklad 27: $y = \sqrt{x^4}$

Príklad 28: $y = \sqrt[3]{x^4}$

Príklad 29: $y = \sqrt[4]{x^4}$

Príklad 30: $y = \sqrt{x^7}$

Príklad 31: $y = \sqrt[5]{x^3}$

Príklad 27: $y = \sqrt{x^4}$

$$y = \sqrt{x^4} = x^{\frac{4}{2}} = x^2$$

$$y' = \left(x^2\right)' = \frac{1}{2}x^{2-1} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Príklad 28: $y = \sqrt[3]{x^4}$

$$y = \sqrt[3]{x^4} = x^{\frac{4}{3}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{4}{3}}\right)' = \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-1} = \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-\frac{3}{3}} = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} = \frac{4\sqrt[3]{x}}{3}$$

$$y' = \frac{4\sqrt[3]{x}}{3}$$

Príklad 29: $y = \sqrt[4]{x^4}$

$$y = \sqrt[4]{x^4} = x^{\frac{4}{4}} = x^1$$

$$y' = (x^1)' = 1x^{1-1} = 1x^0 = 1$$

$$y' = 1$$

Príklad 30: $y = \sqrt{x^7}$

$$y = \sqrt{x^7} = x^{\frac{7}{2}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{7}{2}}\right)' = \frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}-1} = \frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}} = \frac{7\sqrt{x^5}}{2}$$

$$y' = \frac{7\sqrt{x^5}}{2}$$

Príklad 31: $y = \sqrt[5]{x^3}$

$$y = \sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{3}{5}}\right)' = \frac{3}{5}x^{\frac{3}{5}-1} = \frac{3}{5}x^{\frac{3}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}} = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$$

$$y' = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$$

Príklad 32: $y = \sqrt{x^{\frac{1}{2}}}$

Príklad 33: $y = \sqrt[3]{x^{\frac{1}{2}}}$

Príklad 34: $y = \sqrt[3]{x^{\frac{2}{5}}}$

Príklad 35: $y = \sqrt[3]{x^{\frac{5}{2}}}$

Príklad 32: $y = \sqrt{x^{\frac{1}{2}}}$

$$y = \sqrt{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)' = \frac{1}{4} x^{\frac{1}{4}-1} = \frac{1}{4} x^{\frac{1}{4}-\frac{4}{4}} = \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

Príklad 33: $y = \sqrt[3]{x^{\frac{1}{2}}}$

$$y = \sqrt[3]{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{6}}\right)' = \frac{1}{6} x^{\frac{1}{6}-1} = \frac{1}{6} x^{\frac{1}{6}-\frac{6}{6}} = \frac{1}{6} x^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}$$

$$y' = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}$$

Príklad 34: $y = \sqrt[3]{x^{\frac{2}{5}}}$

$$y = \sqrt[3]{x^{\frac{2}{5}}} = x^{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}} = x^{\frac{2}{15}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{2}{15}}\right)' = \frac{2}{15} x^{\frac{2}{15}-1} = \frac{2}{15} x^{\frac{2}{15}-\frac{15}{15}} = \frac{2}{15} x^{-\frac{13}{15}} = \frac{2}{15\sqrt[15]{x^{13}}}$$

$$y' = \frac{2}{15\sqrt[15]{x^{13}}}$$

Príklad 35: $y = \sqrt[3]{x^{\frac{5}{2}}}$

$$y = \sqrt[3]{x^{\frac{5}{2}}} = x^{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{6}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{5}{6}}\right)' = \frac{5}{6} x^{\frac{5}{6}-1} = \frac{5}{6} x^{\frac{5}{6}-\frac{6}{6}} = \frac{5}{6} x^{-\frac{1}{6}} = \frac{5}{6\sqrt[6]{x}}$$

$$y' = \frac{5}{6\sqrt[6]{x}}$$

Derivujte nižšie uvedené príklady podľa pravidla o derivovaní konštanty.

Príklad 1: $y = 3x$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

Príklad 2: $y = -10x$

Príklad 3: $y = -10$

$$(c)' = 0$$

Príklad 4: $y = 5$

Príklad 5: $y = \frac{1}{5}x$

Príklad 6: $y = 24x$

$$(c \cdot f(x))' = n \cdot x^{n-1}$$

Príklad 1: $y = 3x$

$$y = 3x$$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$y' = (3x^1)' = 3(x^1)' = 3 \cdot 1x^{1-1} = 3 \cdot 1x^0 = 3 \cdot 1 = 3$$

$$y' = 3$$

Príklad 2: $y = -10x$

$$y = -10x$$

$$y' = (10x^1)' = -10(x^1)' = -10 \cdot 1x^{1-1} = -10 \cdot 1x^0 = -10 \cdot 1 = -10$$

$$y' = -10$$

Príklad 3: $y = -10$

$$y = -10$$

$$(c)' = 0$$

$$y' = (-10)' = 0$$

$$y' = 0$$

Príklad 4: $y = 5$

$$y = 5$$

$$y' = (5)' = 0$$

$$y' = 0$$

Príklad 5: $y = \frac{1}{5}x$

$$y = \frac{1}{5}x$$

$$y' = \left(\frac{1}{5}x\right)' = \frac{1}{5}(x^1)' = \frac{1}{5} \cdot 1x^{1-1} = \frac{1}{5}x^0 = \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{1}{5}$$

$$y' = \frac{1}{5}$$

Príklad 6: $y = 24x$

$$y = 24x$$

$$(c \cdot f(x))' = n \cdot x^{n-1}$$

$$y' = (24x^1)' = 24(x^1)' = 24 \cdot 1x^{1-1} = 24x^0 = 24 \cdot 1 = 24$$

$$y' = 24$$

Príklad 7: $y = 4x^5$

Príklad 8: $y = \frac{1}{8}x^8$

Príklad 9: $y = x^8$

Príklad 10: $y = \frac{5}{x}$

Príklad 11: $y = \frac{2}{5x^{10}}$

Príklad 7: $y = 4x^5$

$$y = 4x^5$$

$$y' = (4x^5)' = 4(x^5)' = 4 \cdot 5x^{5-1} = 20x^4$$

$$y' = 20x^4$$

Príklad 8: $y = \frac{1}{8}x^8$

$$y = \frac{1}{8}x^8$$

$$y' = \left(\frac{1}{8}x^8\right)' = \frac{1}{8}(x^8)' = \frac{1}{8} \cdot 8x^{8-1} = x^7$$

$$y' = x^7$$

Príklad 9: $y = x^8$

$$y = \frac{1}{8}x^8$$

$$y' = \left(\frac{1}{8}x^8\right)' = \frac{1}{8}(x^8)' = \frac{1}{8} \cdot 8x^{8-1} = x^7$$

$$y' = x^7$$

Príklad 10: $y = \frac{5}{x}$

$$y = \frac{5}{x} = 5x^{-1}$$

$$y' = (5x^{-1})' = 5(x^{-1})' = 5(-1)x^{-1-1} = -5x^{-2} = -\frac{5}{x^2}$$

$$y' = -\frac{5}{x^2}$$

Príklad 11: $y = \frac{2}{5x^{10}}$

$$y = \frac{2}{5x^{10}} = \frac{2}{5}x^{-10}$$

$$y' = \left(\frac{2}{5}x^{-10}\right)' = \frac{2}{5}(x^{-10})' = \frac{2}{5} \cdot (-10)x^{-10-1} = -\frac{20}{5}x^{-11} = -\frac{4}{x^{11}}$$

$$y' = -\frac{4}{x^{11}}$$

Derivujte nižšie uvedené príklady podľa pravidla o derivovaní súčtu.

Príklad 1: $y = 5x^2 + 3x^4 - 7x$

Príklad 2: $y = x^2 + \frac{1}{5}x + 4$

Príklad 3: $y = x^3 + x^2 + x$

Príklad 4: $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$

Príklad 5: $y = 6x^3 + \frac{1}{2}x^5 + \sqrt[3]{x}$

Príklad 1: $y = 5x^2 + 3x^4 - 7x$

$$y = 5x^2 + 3x^4 - 7x$$

$$y' = (5x^2 + 3x^4 - 7x)' = (5x^2)' + (3x^4)' + (-7x)' = 10x + 12x^3 - 7$$

$$y' = 10x + 12x^3 - 7$$

Príklad 2: $y = x^2 + \frac{1}{5}x + 4$

$$y = x^2 + \frac{1}{5}x + 4$$

$$y' = \left(x^2 + \frac{1}{5}x + 4\right)' = (x^2)' + \left(\frac{1}{5}x\right)' + (4)' = 2x + \frac{1}{5} + 0 = 2x + \frac{1}{5}$$

$$y' = 2x + \frac{1}{5}$$

Príklad 3: $y = x^3 + x^2 + x$

$$y = x^3 + x^2 + x$$

$$y' = (x^3 + x^2 + x)' = (x^3)' + (x^2)' + (x)' = 3x^2 + 2x + 1$$

$$y' = 3x^2 + 2x + 1$$

Príklad 4: $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$

$$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$$

$$y' = \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x\right)' = \left(\frac{1}{3}x^3\right)' + \left(\frac{1}{2}x^2\right)' + (x)' = \frac{3}{3}x^2 + \frac{2}{2}x + 1 = x^2 + x + 1$$

$$y' = x^2 + x + 1$$

Príklad 5: $y = 6x^3 + \frac{1}{2}x^5 + \sqrt[3]{x}$

$$y = 6x^3 + \frac{1}{2}x^5 + \sqrt[3]{x} = 6x^3 + \frac{1}{2}x^5 + x^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned} y' &= \left(6x^3 + \frac{1}{2}x^5 + x^{\frac{1}{3}}\right)' = (6x^3)' + \left(\frac{1}{2}x^5\right)' + \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' = 18x^2 + \frac{5}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \\ &= 18x^2 + \frac{5}{2}x^4 + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \end{aligned}$$

$$y' = 18x^2 + \frac{5}{2}x^4 + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

Príklad 6: $y = \sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{5}$

Príklad 7: $y = 12x^{12} + \frac{18}{6}x^3 + 36x$

Príklad 8: $y = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^9}$

Príklad 9: $y = x^{12} + e^x$

Príklad 10: $y = \sqrt[3]{x} + 25 + e^x$

Príklad 6: $y = \sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{5}$

$$y = x^{\frac{1}{4}} + 5^{\frac{1}{3}}$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{4}} + 5^{\frac{1}{3}}\right)' = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)' + \left(5^{\frac{1}{3}}\right)' = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} + 0 = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$y' = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

Príklad 7: $y = 12x^{12} + \frac{18}{6}x^3 + 36x$

$$y = 12x^{12} + \frac{18}{6}x^3 + 36x$$

$$y' = \left(12x^{12} + \frac{18}{6}x^3 + 36x\right)' = (12x^{12})' + \left(\frac{18}{6}x^3\right)' + (36x)' = 144x^{11} + 9x^2 + 36$$

$$y' = 144x^{11} + 9x^2 + 36$$

Príklad 8: $y = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^9}$

$$y = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^9} = x^{-3} + x^{-6} + x^{-9}$$

$$y' = (x^{-3} + x^{-6} + x^{-9})' = (x^{-3})' + (x^{-6})' + (x^{-9})' = -3x^{-4} - 6x^{-7} - 9x^{-10} = -\frac{3}{x^4} - \frac{6}{x^7} - \frac{9}{x^{10}}$$

$$y' = -\frac{3}{x^4} - \frac{6}{x^7} - \frac{9}{x^{10}}$$

Príklad 9: $y = x^{12} + e^x$

$$y = x^{12} + e^x$$

$$y' = (x^{12} + e^x)' = (x^{12})' + (e^x)' = 12x^{11} + e^x$$

$$y' = 12x^{11} + e^x$$

Príklad 10: $y = \sqrt[3]{x} + 25 + e^x$

$$y = \sqrt[3]{x} + 25 + e^x = x^{\frac{1}{3}} + 25 + e^x$$

$$y' = \left(x^{\frac{1}{3}} + 25 + e^x\right)' = \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' + (25)' + (e^x)' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + 0 + e^x = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + e^x$$

$$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + e^x$$

Derivujte nižšie uvedené príklady podľa pravidla o derivovaní súčinu.

Príklad 1: $y = x^2 \cdot x^6$

Príklad 2: $y = x^6 \cdot 8x^2$

Príklad 3: $y = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}$

Príklad 1: $y = x^2 \cdot x^6$

$$y = x^2 \cdot x^6$$

$$y' = (x^2 \cdot x^6)' = (x^2)' \cdot x^6 + x^2 \cdot (x^6)' = 2x^1 \cdot x^6 + x^2 \cdot 6x^5 = 2x^7 + 6x^7 = 8x^7$$

$$y' = 8x^7$$

Alebo

$$y = x^2 \cdot x^6 = x^{2+6} = x^8$$

$$y' = (x^8)' = 8x^7$$

$$y' = 8x^7$$

Príklad 2: $y = x^6 \cdot 8x^2$

$$y = x^6 \cdot 8x^2$$

$$y' = (x^6 \cdot 8x^2)' = (x^6)' \cdot 8x^2 + x^6 \cdot (8x^2)' = 6x^5 \cdot 8x^2 + x^6 \cdot 16x = 48x^7 + 16x^7 = 64x^7$$

$$y' = 64x^7$$

Alebo

$$y = x^6 \cdot 8x^2 = 8x^{2+6} = 8x^8$$

$$y' = (8x^8)' = 64x^7$$

$$y' = 64x^7$$

Príklad 3: $y = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}$

$$y = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}$$

$$\begin{aligned} y' &= \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}\right)' = \left(x^{\frac{1}{3}}\right)' \cdot x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}} \cdot \left(x^{\frac{2}{3}}\right)' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}+\frac{-1}{3}} = \\ &= \frac{1}{3}x^0 + \frac{2}{3}x^0 = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

$$y' = 1$$

Alebo

$$y = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = x^1$$

$$y' = (x^1)' = 1x^{1-1} = 1x^0 = 1$$

$$y' = 1$$

Látkové množstvo

Mól (označenie *mol*) je **látkové množstvo** n zložky, ktorá obsahuje práve toľko elementárnych jedincov (entít), koľko je atómov v 0,012 kilogramu čistého uhlíka (^{12}C). Pri udávaní látkového množstva treba elementárne častice (entity) špecifikovať; môžu to byť atómy, molekuly, ióny, elektróny, iné častice alebo bližšie určené zoskupenia častíc. Ide približne o $6,02214199 \cdot 10^{23}$ entít.

Látkové množstvo $n(\text{B})$ chemicky čistej látky B vyjadruje pomer celkového počtu špecifikovaných základných častíc $N(\text{B})$ v danej látke B k počtu častíc N_A v jednotke látkového množstva v jednom móle akejkoľvek látky:

$$n(\text{B}) = \frac{N(\text{B})}{N_A} \quad (1)$$

kde N_A je Avogadrova konštanta.

Avogadrova konštanta N_A udáva počet základných častíc v jednom móle chemickej látky. Jej hodnota je $6,022142 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ resp. $6,022142 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$. Z toho vyplýva, že 1 mól ľubovoľnej látky bez ohľadu na skupenstvo obsahuje vždy rovnaký počet príslušných častíc (atómov, molekúl, iónov, elektrónov, protónov alebo hociktorých iných špecifikovaných častíc).

Mólová hmotnosť $M(\text{B})$ chemicky čistej látky B vyjadruje pomer hmotnosti $m(\text{B})$ látky B (atómov, molekúl, iónov, elektrónov, protónov a pod.) a jej látkového množstva $n(\text{B})$.

$$M(\text{B}) = \frac{m(\text{B})}{n(\text{B})} \quad (2)$$

Mólová hmotnosť látky vyjadruje hmotnosť jedného mólu tejto látky, čiže hmotnosť $6,022137 \cdot 10^{23}$ častíc, z ktorých je látka B zložená. Jednotkou mólovej hmotnosti je $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, v praxi častejšie $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Vydelením mólovej hmotnosti $M(\text{B})$ danej látky B Avogadrovou konštantou N_A vypočítame skutočnú hmotnosť jedného atómu, molekuly alebo inej špecifikovanej častice látky $m(\text{B})$:

$$m(\text{B}) = \frac{M(\text{B})}{N_a} \quad (3)$$

Látkové množstvo $n(\text{B})$ si zo známej hmotnosti látky B môžeme vyjadriť aj zo vzťahu (2) v tvare:

$$n(\text{B}) = \frac{m(\text{B})}{M(\text{B})} \quad (4)$$

Príklad 1:

Určte, koľko atómov kyslíka predstavuje 5 mólov tohto prvku.

Príklad 2:

Vypočítajte látkové množstvo $4,043 \cdot 10^{24}$ atómov striebra.

Príklad 3:

Určte, akému lákovému množstvu zodpovedá 63,2 g sodíka.

Príklad 4:

Vypočítajte, koľko gramov železa musíme navážiť, ak na pokus potrebujeme 1,3 mólu železa.

Príklad 1:

Určte, koľko atómov kyslíka predstavuje 5 mólov tohto prvku.

$$n(\text{O}) = 5 \text{ mol}$$

$$N_{\text{A}} = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$N(\text{O}) = ? \text{ atómov}$$

$$n(\text{O}) = \frac{N(\text{O})}{N_{\text{A}}}$$

$$N(\text{O}) = n \cdot N_{\text{A}}$$

$$N(\text{O}) = 5 \text{ mol} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$N(\text{O}) = \mathbf{3,011 \cdot 10^{24} \text{ atómov}}$$

5 mólov kyslíka predstavuje $\mathbf{3,011 \cdot 10^{24}}$ atómov kyslíka.

Príklad 2:

Vypočítajte látkové množstvo $4,043 \cdot 10^{24}$ atómov striebra.

$$N(\text{Ag}) = 4,043 \cdot 10^{24} \text{ atómov}$$

$$N_{\text{A}} = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$n(\text{Ag}) = ? \text{ mol}$$

$$n(\text{Ag}) = \frac{N(\text{Ag})}{N_{\text{A}}}$$

$$n(\text{Ag}) = \frac{4,043 \cdot 10^{24}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}$$

$$n(\text{Ag}) = \mathbf{6,71 \text{ mol}}$$

Látkové množstvo $4,043 \cdot 10^{24}$ atómov striebra je $\mathbf{6,71 \text{ mol}}$.

Príklad 3:

Určte, akému látkovému množstvu zodpovedá 63,2 g sodíka.

$$m(\text{Na}) = 63,2 \text{ g}$$

$$M(\text{Na}) = 22,99 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n(\text{Na}) = ? \text{ mol}$$

$$n(\text{Na}) = \frac{m(\text{Na})}{M(\text{Na})}$$

$$n(\text{Na}) = \frac{63,2 \text{ g}}{22,99 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$n(\text{Na}) = \mathbf{2,75 \text{ mol}}$$

63,2 g sodíka zodpovedá $\mathbf{2,75 \text{ mol}}$ sodíka.

Príklad 4:

Vypočítajte, koľko gramov železa musíme navážiť, ak na pokus potrebujeme 1,3 mólu železa.

$$n(\text{Fe}) = 1,3 \text{ mol}$$

$$M(\text{Fe}) = 55,845 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(\text{Fe}) = ? \text{ g}$$

$$n(\text{Fe}) = \frac{m(\text{Fe})}{M(\text{Fe})}$$

$$m(\text{Fe}) = n(\text{Fe}) \cdot M(\text{Fe})$$

$$m(\text{Fe}) = 1,3 \text{ mol} \cdot 55,845 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(\text{Fe}) = \mathbf{72,6 \text{ g}}$$

Na pokus potrebujeme navážiť $\mathbf{72,6 \text{ g}}$ železa.

Príklad 5:

Vypočítajte, koľko atómov striebra sa nachádza v striebornom šperku, ktorý váži 4 gramy.

Príklad 6:

Určte priemernú hmotnosť jednej molekuly vody.

Príklad 7:

Koľko atómov medi predstavuje 5,6 gramov tohto prvku?

Príklad 5:

Vypočítajte, koľko atómov striebra sa nachádza v striebornom šperku, ktorý váži 4 gramy.

$$m(\text{Ag}) = 4 \text{ g}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$M(\text{Ag}) = 107,868 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$N(\text{Ag}) = ? \text{ atómov}$$

$$n(\text{Ag}) = \frac{N(\text{Ag})}{N_A} \quad \leftarrow \quad n(\text{Ag}) = \frac{m(\text{Ag})}{M(\text{Ag})}$$

$$N(\text{Ag}) = n(\text{Ag}) \cdot N_A$$

$$N(\text{Ag}) = \frac{m(\text{Ag})}{M(\text{Ag})} \cdot N_A$$

$$N(\text{Ag}) = \frac{4 \text{ g}}{107,868 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$N(\text{Ag}) = \mathbf{2,23 \cdot 10^{22} \text{ atómov}}$$

V šperku vážiacom 4 gramy sa nachádza $\mathbf{2,23 \cdot 10^{22}}$ atómov striebra.

Príklad 6:

Určte priemernú hmotnosť jednej molekuly vody.

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$N(\text{H}_2\text{O}) = 1$$

$$M(\text{H}_2\text{O}) = 18,02 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(\text{H}_2\text{O}) = ? \text{ g}$$

$$n(\text{H}_2\text{O}) = \frac{m(\text{H}_2\text{O})}{M(\text{H}_2\text{O})} \quad \leftarrow \quad n(\text{H}_2\text{O}) = \frac{N(\text{H}_2\text{O})}{N_A}$$

$$m(\text{H}_2\text{O}) = n(\text{H}_2\text{O}) \cdot M(\text{H}_2\text{O})$$

$$m(\text{H}_2\text{O}) = \frac{N(\text{H}_2\text{O})}{N_A} \cdot M(\text{H}_2\text{O})$$

$$m(\text{H}_2\text{O}) = \frac{1}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} \cdot 18,02 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(\text{H}_2\text{O}) = \mathbf{2,99 \cdot 10^{-23} \text{ g}}$$

Priemerná hmotnosť jednej molekuly vody je $\mathbf{2,99 \cdot 10^{-23} \text{ g}}$.

Príklad 7:

Koľko atómov medi predstavuje 5,6 gramov tohto prvku?

$$m(\text{Cu}) = 5,6 \text{ g}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$M(\text{Cu}) = 63,546 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$N(\text{Cu}) = ? \text{ atómov}$$

$$n(\text{Cu}) = \frac{N(\text{Cu})}{N_A} \quad \leftarrow \quad n(\text{Cu}) = \frac{m(\text{Cu})}{M(\text{Cu})}$$

$$N(\text{Cu}) = n(\text{Cu}) \cdot N_A$$

$$N(\text{Cu}) = \frac{m(\text{Cu})}{M(\text{Cu})} \cdot N_A$$

$$N(\text{Cu}) = \frac{5,6 \text{ g}}{63,546 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$N(\text{Cu}) = \mathbf{5,3 \cdot 10^{22} \text{ atómov}}$$

V 5,6 gramoch medi sa nachádza $\mathbf{5,3 \cdot 10^{22}}$ atómov medi.

Príklad 8:

Vypočítajte hmotnosť (v gramoch) $2,386 \cdot 10^{24}$ atómov síry.

Príklad 9:

Vypočítajte počet atómov nachádzajúcich sa v 100 g kuchynskej soli.

Príklad 10:

Určte molárne hmotnosti nižšie uvedených zlúčenín:

hydroxid vápntý (Ca(OH)_2):

síran meďnatý (CuSO_4)

pentahydrát síranu meďnatého ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$):

kyselina trihydrogenfosforečná (H_3PO_4):

síran nikelnatý (NiSO_4)

Príklad 8:

Vypočítajte hmotnosť (v gramoch) $2,386 \cdot 10^{24}$ atómov síry.

$$N(S) = 2,386 \cdot 10^{24}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$M(S) = 32,065 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(S) = ? \text{ g}$$

$$n(S) = \frac{m(S)}{M(S)}$$

$$n(S) = \frac{N(S)}{N_A}$$

$$m(S) = n(S) \cdot M(S)$$

$$m(S) = \frac{N(S)}{N_A} \cdot M(S)$$

$$m(S) = \frac{2,386 \cdot 10^{24}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} \cdot 32,065 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(S) = \mathbf{127,05 \text{ g}}$$

Hmotnosť $2,386 \cdot 10^{24}$ atómov síry je **127,05 g**

Príklad 9:

Vypočítajte počet atómov nachádzajúcich sa v 100 g kuchynskej soli.

$$m(\text{NaCl}) = 100 \text{ g}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$M(\text{NaCl}) = 58,44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$N(\text{NaCl}) = ?$$

$$n(\text{NaCl}) = \frac{m(\text{NaCl})}{M(\text{NaCl})}$$

$$n(\text{NaCl}) = \frac{m(\text{NaCl})}{M(\text{NaCl})}$$

$$N(\text{NaCl}) = n(\text{NaCl}) \cdot N_A$$

$$N(\text{NaCl}) = \frac{m(\text{NaCl})}{M(\text{NaCl})} \cdot N_A$$

$$N(\text{NaCl}) = \frac{100 \text{ g}}{58,44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$N(\text{NaCl}) = \mathbf{1,03 \cdot 10^{24}} \text{ atómov}$$

V 100 g kuchynskej soli sa nachádza **$1,03 \cdot 10^{24}$** atómov NaCl.

Príklad 10:

Určte molárne hmotnosti nižšie uvedených zlúčenín:

hydroxid vápenty ($\text{Ca}(\text{OH})_2$):

$$A_r(\text{Ca}) + 2 \cdot (A_r(\text{O}) + A_r(\text{H})) = 40,08 + 2 \cdot (16 + 1) = \mathbf{74,08 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

síran meďnatý (CuSO_4):

$$A_r(\text{Cu}) + A_r(\text{S}) + 4 \cdot A_r(\text{O}) = 63,55 + 32,07 + 4 \cdot 16 = \mathbf{159,62 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

pentahydrát síranu meďnatého ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$):

$$A_r(\text{Cu}) + A_r(\text{S}) + 4 \cdot A_r(\text{O}) + 5 \cdot (2 \cdot A_r(\text{H}) + A_r(\text{O})) = 63,54 + 32,06 + 4 \cdot 16 + 5 \cdot 18,02 = \mathbf{249,7 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

kyselina trihydrogenfosforečná (H_3PO_4):

$$3 \cdot A_r(\text{H}) + A_r(\text{P}) + 4 \cdot A_r(\text{O}) = 3 \cdot 1 + 30,97 + 4 \cdot 16 = \mathbf{97,97 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

síran nikelnatý (NiSO_4)

$$A_r(\text{Ni}) + A_r(\text{S}) + 4 \cdot A_r(\text{O}) = 58,69 + 32,07 + 4 \cdot 16 = \mathbf{154,76 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

Príklad 11:

Zistite, v koľkých gramoch horčička je rovnaký počet atómov, ako v 15 gramoch železa.

Príklad 12:

Zistite, o ktorých prvkoch platia, nižšie uvedené výroky.

Príklad 11:

Zistite, v koľkých gramoch horčíka je rovnaký počet atómov, ako v 15 gramoch železa.

$$m(\text{Fe}) = 15 \text{ g}$$

$$M(\text{Fe}) = 55,845 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M(\text{Mg}) = 24,3 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$m(\text{Mg}) = ? \text{ g}$$

$$n(\text{Fe}) = \frac{N(\text{Fe})}{N_A}$$

$$N(\text{Fe}) = n(\text{Fe}) \cdot N_A$$

$$n(\text{Fe}) \cdot N_A = n(\text{Mg}) \cdot N_A$$

$$\frac{m(\text{Fe})}{M(\text{Fe})} \cdot \cancel{N_A} = \frac{m(\text{Mg})}{M(\text{Mg})} \cdot \cancel{N_A}$$

$$\frac{m(\text{Fe})}{M(\text{Fe})} = \frac{m(\text{Mg})}{M(\text{Mg})}$$

$$m(\text{Mg}) = \frac{m(\text{Fe}) \cdot M(\text{Mg})}{M(\text{Fe})}$$

$$m(\text{Mg}) = \frac{15 \text{ g} \cdot 24,3 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{55,845 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$m(\text{Mg}) = \mathbf{6,55 \text{ g}}$$

V **6,55 gramoch** horčíka je rovnaký počet atómov, ako v 15 gramoch železa.

Príklad 12:

Zistite, o ktorých prvkoch platia, nižšie uvedené výroky.

a. 3 móly tohto prvku vážia 120,24 gramov:

$$n(\text{X}) = 3 \text{ mol}$$

$$m(\text{X}) = 120,24 \text{ g}$$

$$M(\text{X}) = ? \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n(\text{X}) = \frac{m(\text{X})}{M(\text{X})}$$

$$M(\text{X}) = \frac{m(\text{X})}{n(\text{X})}$$

$$M(\text{X}) = \frac{120,24 \text{ g}}{3 \text{ mol}}$$

$$M(\text{X}) = 40,08 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow \mathbf{\text{vápnik}}$$

b. $5,014 \cdot 10^{23}$ atómov tohto prvku váži 10 gramov:

$$N(\text{X}) = 5,014 \cdot 10^{23}$$

$$m(\text{X}) = 10 \text{ g}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$M(\text{X}) = ? \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n(\text{X}) = \frac{m(\text{X})}{M(\text{X})} \quad n(\text{X}) = \frac{N(\text{X})}{N_A}$$

$$M(\text{X}) = \frac{m(\text{X})}{n(\text{X})}$$

$$M(\text{X}) = \frac{m(\text{X}) \cdot N_A}{N(\text{X})}$$

$$M(\text{X}) = \frac{10 \text{ g} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{5,014 \cdot 10^{23}}$$

$$M(\text{X}) = 12,01 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow \mathbf{\text{uhlík}}$$

Mólová a látková koncentrácia

Koncentrácia je miera zastúpenia množstva čistej látky v sústave (zmesi), v chémii najčastejšie v roztoku. Označuje sa rôzne podľa toho, ako **koncentráciu** vyjadrujeme. Uvedieme niektoré základné a najviac používané druhy.

Hmotnostný zlomok zložky B, označený ako $w(\mathbf{B})$, udáva, aká hmotnosť čistej zložky B označenej ako $m(\mathbf{B})$ pripadá na jednotkovú hmotnosť sústavy S (alebo zlúčeniny) označenej ako $m(\mathbf{S})$ a je definovaný vzťahom:

$$w(\mathbf{B}) = \frac{m(\mathbf{B})}{\sum_i m_i} = \frac{m(\mathbf{B})}{m(\mathbf{S})}, \text{ kde } i = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Napr. $w(\text{NaCl}) = 0,25$ chápeme tak, že v 1 g roztoku NaCl sa nachádza 0,25 g čistého kryštalického chloridu sodného.

Súčet hmotnostných zlomkov všetkých zložiek tvoriacich sústavu sa rovná jednej:

$$\sum_i w_i = 1 \quad (6)$$

Ak dosadíme do výrazu pre hmotnostný zlomok za hmotnosti $m(\mathbf{B})$ a $m(\mathbf{S})$ veličiny, ktoré vyplývajú z definičného vzťahu pre určenie mólovej hmotnosti $M(\mathbf{B})$ podľa vzťahu (2) a z neho vyplývajúci vzťah pre hmotnosť:

$$m(\mathbf{B}) = n(\mathbf{B}) \cdot M(\mathbf{B}) \quad (7)$$

dostaneme rovnicu pre hmotnostný zlomok v tomto tvare:

$$w(\mathbf{B}) = \frac{n(\mathbf{B})}{n(\mathbf{S})} \cdot \frac{M(\mathbf{B})}{M(\mathbf{S})} \quad (8)$$

Hmotnostný zlomok udáva, akou hmotnostnou čiastkou je zlúčenina B zastúpená v jednom hmotnostnom diele sústavy (zlúčeniny) S.

Hmotnostné percento zložky B, $w(\mathbf{B})\%$, vyjadruje hmotnosť zložky B pripadajúcu na 100 g (kg) sústavy či zlúčeniny a vypočíta sa podľa vzťahu:

$$w(\mathbf{B})\% = \frac{m(\mathbf{B})}{\sum_i m_i} \cdot 100\% = w(\mathbf{B}) \cdot 100\% \quad (9)$$

Formálne je hmotnostné % stonásobkom hmotnostného zlomku, pretože základom je sústava predstavujúca 100 hmotnostných dielov (g, kg).

Látková koncentrácia látky B, $c(\mathbf{B})$, vyjadruje látkové množstvo látky B obsiahnuté v jednotke objemu. Štandardnou jednotkou je $\text{mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ (často sa udáva aj v $\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$), resp. aj v jej násobkoch:

$$c(\mathbf{B}) = \frac{n(\mathbf{B})}{V(\text{roztoku})} \quad (10)$$

V chémii sa látková koncentrácia používa na vyjadrovanie koncentrácie roztokov a udáva počet mólov látky rozpustenej v 1 dm^3 roztoku. Preto sa nazýva aj **molarita roztoku**.

Zo vzťahu (10) pre výpočet látkového množstva platí:

$$n(B) = c(B) \cdot V(\text{roztoku}) \quad (11)$$

Poznámka:

Používanie fyzikálnych jednotiek sa má riadiť Medzinárodnou sústavou jednotiek SI (System International). V prípade objemových jednotiek liter alebo dm^3 sa má teoreticky používať dm^3 .

Liter je metrická jednotka, ale nie je jednotkou sústavy SI. Keďže ide o dekadický násobok jednotky SI, môže sa liter (ℓ , L) používať so sústavou SI. V anglosaskej literatúre sa namiesto $\text{mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ možno často stretnúť s jednotkou mol/L resp. mol/mL. Vzhľadom na variantné možnosti sú v predložených riešených úlohách cielene použité viaceré objemové jednotky ($\text{dm}^3 = \text{liter}$, $\text{cm}^3 = \text{ml}$).

Mólová koncentrácia

Príklad 1:

Zistite hmotnostné percento roztoku bromidu draselného (KBr), ktorý sa pripravil rozpustením 6,8 gramov KBr v 150 gramoch vody.

Príklad 2:

Zistite, akú hmotnosť (v gramoch) kuchynskej soli (NaCl) potrebujeme na prípravu 250 g 16 % roztoku NaCl.

Príklad 3:

Vypočítajte koľko gramov 95 % hydroxidu sodného (NaOH) potrebujeme na prípravu 420 g 5 % roztoku NaOH.

Príklad 1:

Zistite hmotnostné percento roztoku bromidu draselného (KBr), ktorý sa pripravil rozpustením 6,8 gramov KBr v 150 gramoch vody.

$$\begin{array}{l}
 m(\text{H}_2\text{O}) = 150 \text{ g} \\
 m(\text{KBr}) = 6,8 \text{ g} \\
 \hline
 w \% = ?
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 w = \frac{m(\text{KBr})}{m(\odot\text{KBr})} \leftarrow m(\odot\text{KBr}) = m(\text{H}_2\text{O}) + m(\text{KBr}) \\
 w = \frac{m(\text{KBr})}{m(\text{H}_2\text{O}) + m(\text{KBr})} \\
 w = \frac{6,8 \text{ g}}{150 \text{ g} + 6,8 \text{ g}} \\
 w = 0,04 \Rightarrow \mathbf{4\%}
 \end{array}$$

Hmotnostné percento roztoku bromidu draselného je **4%**.

Príklad 2:

Zistite, akú hmotnosť (v gramoch) kuchynskej soli (NaCl) potrebujeme na prípravu 250 g 16 % roztoku NaCl.

$$\begin{array}{l}
 m(\odot\text{NaCl}) = 250 \text{ g} \\
 w = 0,16 \\
 \hline
 m(\text{NaCl}) = ? \text{ g}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 w = \frac{m(\text{NaCl})}{m(\odot\text{NaCl})} \\
 m(\text{NaCl}) = w \cdot m(\odot\text{NaCl}) \\
 m(\text{NaCl}) = 0,16 \cdot 250 \text{ g} \\
 m(\text{NaCl}) = \mathbf{40 \text{ g}}
 \end{array}$$

Na prípravu 250 g 16% roztoku kuchynskej soli potrebujeme **40 g** NaCl.

Príklad 3:

Vypočítajte koľko gramov 95 % hydroxidu sodného (NaOH) potrebujeme na prípravu 420 g 5 % roztoku NaOH.

$$\begin{array}{l}
 m(\odot\text{NaOH}) = 420 \text{ g} \\
 w = 0,05 \\
 \hline
 m(95\% \text{ NaOH}) = ? \text{ g}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 w = \frac{m(\text{NaOH})}{m(\odot\text{NaOH})} \\
 m(\text{NaOH}) = w \cdot m(\odot\text{NaOH}) \\
 m(\text{NaOH}) = 0,05 \cdot 420 \text{ g} \\
 m(\text{NaOH}) = 21 \text{ g}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 100 \% \text{ NaOH} \dots\dots 21 \text{ g NaOH} \\
 95 \% \text{ NaOH} \dots\dots x \text{ g NaOH} \\
 \hline
 95 : 100 = 21 : x \\
 95x = 2100 \\
 x = \mathbf{22,11 \text{ g}}
 \end{array}$$

Na prípravu 420 g 5 % roztoku hydroxidu sodného potrebujeme **22,11 g** 95% NaCl.

Príklad 4:

Vypočítajte koľko % čistej H_2SO_4 obsahuje kyselina sírová, ak v $0,6 \text{ dm}^3$ sa nachádza $0,2 \text{ kg}$ H_2SO_4 . ($\rho_{\text{H}_2\text{SO}_4} = 1,8312 \text{ kg} \cdot \text{dm}^{-3}$)

Príklad 5:

6 % roztok hydroxidu draselného (KOH) sa pripravil rozpustením $1,2 \text{ g}$ KOH vo vode. Vypočítajte hmotnosť vody, ktorá bola potrebná na prípravu tohto roztoku.

Príklad 6:

Vypočítajte, koľko gramov síranu sodného (Na_2SO_4) treba na prípravu 380 ml 18 % roztoku Na_2SO_4 . ($\rho_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 1,1709 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)

Príklad 4:

Vypočítajte koľko % čistej H_2SO_4 obsahuje kyselina sírová, ak v $0,6 \text{ dm}^3$ sa nachádza $0,2 \text{ kg H}_2\text{SO}_4$. ($\rho_{\text{H}_2\text{SO}_4} = 1,8312 \text{ kg} \cdot \text{dm}^{-3}$)

$$m(\text{H}_2\text{SO}_4) = 0,2 \text{ kg}$$

$$w = \frac{m(\text{H}_2\text{SO}_4)}{m(\ominus \text{H}_2\text{SO}_4)}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

$$V(\ominus \text{H}_2\text{SO}_4) = 0,6 \text{ dm}^3$$

$$w = \frac{m(\text{H}_2\text{SO}_4)}{\rho_{\text{H}_2\text{SO}_4} \cdot V(\ominus \text{H}_2\text{SO}_4)}$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{SO}_4} = 1,8312 \text{ kg} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$w = \frac{0,2 \text{ kg}}{1,8312 \text{ kg} \cdot \text{dm}^{-3} \cdot 0,6 \text{ dm}^3}$$

$$w = ? \%$$

$$w = 0,18 \Rightarrow \mathbf{18 \%}$$

Kyselina sírová obsahuje **18 %** čistej H_2SO_4 .

Príklad 5:

6 % roztok hydroxidu draselného (KOH) sa pripravil rozpustením $1,2 \text{ g KOH}$ vo vode. Vypočítajte hmotnosť vody, ktorá bola potrebná na prípravu tohto roztoku.

$$w = 0,06$$

$$w = \frac{m(\text{KOH})}{m(\ominus \text{KOH})}$$

$$m(\text{KOH}) = 1,2 \text{ g}$$

$$m(\ominus \text{KOH}) = \frac{m(\text{KOH})}{w}$$

$$m(\text{H}_2\text{O}) = ? \text{ g}$$

$$m(\ominus \text{KOH}) = \frac{1,2 \text{ g}}{0,06}$$

$$m(\ominus \text{KOH}) = 20 \text{ g}$$

$$m(\text{H}_2\text{O}) = m(\ominus \text{KOH}) - m(\text{KOH}) = 20 \text{ g} - 1,2 \text{ g} = \mathbf{18,8 \text{ g}}$$

Na prípravu 6 % roztoku KOH potrebujeme **18,8 g** vody.

Príklad 6:

Vypočítajte, koľko gramov síranu sodného (Na_2SO_4) treba na prípravu 380 ml 18 % roztoku Na_2SO_4 . ($\rho_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 1,1709 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)

$$V(\ominus \text{Na}_2\text{SO}_4) = 380 \text{ ml} = 380 \text{ cm}^3$$

$$w = \frac{m(\text{Na}_2\text{SO}_4)}{m(\ominus \text{Na}_2\text{SO}_4)}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

$$w = 0,18$$

$$m(\text{Na}_2\text{SO}_4) = w \cdot m(\ominus \text{Na}_2\text{SO}_4)$$

$$\rho_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 1,1709 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$m(\text{Na}_2\text{SO}_4) = w \cdot \rho_{\text{Na}_2\text{SO}_4} \cdot V(\ominus \text{Na}_2\text{SO}_4)$$

$$m(\text{Na}_2\text{SO}_4) = ? \text{ g}$$

$$m(\text{Na}_2\text{SO}_4) = 0,18 \cdot 1,1709 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot 380 \text{ cm}^3$$

$$m(\text{Na}_2\text{SO}_4) = \mathbf{80 \text{ g}}$$

Na prípravu 380 ml 18 % roztoku síranu sodného potrebujeme **80 g** Na_2SO_4 .

Príklad 7:

Vypočítajte, koľko gramov chloridu sodného (NaCl) potrebujete na prípravu 500 ml fyziologického roztoku (0,9 % roztok NaCl), ak viete, že jeho je $\rho_{\text{NaCl}} = 1,005 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

Príklad 8:

Roztok dusičnanu vápenatého ($\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$) sa pripravil rozpustením 4,3 gramov $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ v 350 g vody. Aký je hmotnostný zlomok tohto roztoku?

Príklad 9:

Študent navážením 7,5 g chloridu draselného (KCl) pripravil v laboratóriu 10 % roztok KCl. Vypočítajte hmotnosť pripraveného roztoku.

Príklad 7:

Vypočítajte, koľko gramov chloridu sodného (NaCl) potrebujete na prípravu 500 ml fyziologického roztoku (0,9 % roztok NaCl), ak viete, že jeho je $\rho_{\text{NaCl}} = 1,005 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

$$w = 0,009$$

$$V (\ominus \text{NaCl}) = 500 \text{ ml}$$

$$\rho_{\text{NaCl}} = 1,005 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$m (\text{NaCl}) = ? \text{ g}$$

$$w = \frac{m (\text{NaCl})}{m (\ominus \text{NaCl})}$$

$$m (\text{NaCl}) = w \cdot m (\ominus \text{NaCl})$$

$$m (\text{NaCl}) = w \cdot \rho_{\text{NaCl}} \cdot V (\ominus \text{NaCl})$$

$$m (\text{NaCl}) = 0,009 \cdot 1,005 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot 500 \text{ cm}^3$$

$$m (\text{NaCl}) = \mathbf{4,52 \text{ g}}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$



Na prípravu 500 ml fyziologického roztoku potrebujeme **4,52 g** NaCl.

Príklad 8:

Roztok dusičnanu vápenatého ($\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$) sa pripravil rozpustením 4,3 gramov $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ v 350 g vody. Aký je hmotnostný zlomok tohto roztoku?

$$m (\text{Ca}(\text{NO}_3)_2) = 4,3 \text{ g}$$

$$m (\text{H}_2\text{O}) = 350 \text{ g}$$

$$w = ?$$

$$w = \frac{m (\text{Ca}(\text{NO}_3)_2)}{m (\ominus \text{Ca}(\text{NO}_3)_2)} \leftarrow m (\ominus \text{Ca}(\text{NO}_3)_2) = m (\text{H}_2\text{O}) + m (\text{Ca}(\text{NO}_3)_2)$$

$$w = \frac{m (\text{Ca}(\text{NO}_3)_2)}{m (\text{H}_2\text{O}) + m (\text{Ca}(\text{NO}_3)_2)}$$

$$w = \frac{4,3 \text{ g}}{350 \text{ g} + 4,3 \text{ g}}$$

$$w = \mathbf{0,01}$$

Hmotnostný zlomok roztoku dusičnanu vápenatého je **0,01**.

Príklad 9:

Študent navážením 7,5 g chloridu draselného (KCl) pripravil v laboratóriu 10 % roztok KCl. Vypočítajte hmotnosť pripraveného roztoku.

$$m (\text{KCl}) = 7,5 \text{ g}$$

$$w = 0,1$$

$$m (\ominus \text{KCl}) = ? \text{ g}$$

$$w = \frac{m (\text{KCl})}{m (\ominus \text{KCl})}$$

$$m (\ominus \text{KCl}) = \frac{m (\text{KCl})}{w}$$

$$m (\ominus \text{KCl}) = \frac{7,5 \text{ g}}{0,1}$$

$$m (\ominus \text{KCl}) = \mathbf{75 \text{ g}}$$

Hmotnosť pripraveného roztoku KCl bola **75 g**.

Látková koncentrácia

Príklad 1:

Vypočítajte látkovú koncentráciu roztoku chloridu draselného (KCl), ak 300 ml roztoku obsahuje 2,3 mol KCl.

Príklad 2:

Na prípravu 3 dm³ roztoku dusičnanu draselného (KNO₃) použijeme 6 g pevného KNO₃. Vypočítajte látkovú koncentráciu roztoku.

Príklad 3:

Vypočítajte, koľko gramov kyseliny citrónovej (C₆H₈O₇) potrebujete na prípravu dvoch litrov 0,2 mol. dm⁻³ roztoku.

Príklad 1:

Vypočítajte látkovú koncentráciu roztoku chloridu draselného (KCl), ak 300 ml roztoku obsahuje 2,3 mol KCl.

$$V(\ominus \text{KCl}) = 300 \text{ ml} = 0,3 \text{ dm}^3$$

$$c(\text{KCl}) = \frac{n(\text{KCl})}{V \ominus}$$

$$n(\ominus \text{KCl}) = 2,3 \text{ mol}$$

$$c(\text{KCl}) = \frac{2,3 \text{ mol}}{0,3 \text{ dm}^3}$$

$$c(\ominus \text{KCl}) = ? \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$c(\text{KCl}) = \mathbf{7,67 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}}$$

Koncentrácia roztoku chloridu draselného je **7,67 mol · dm⁻³**.

Príklad 2:

Na prípravu 3 dm³ roztoku dusičnanu draselného (KNO₃) použijeme 6 g pevného KNO₃. Vypočítajte látkovú koncentráciu roztoku.

$$V(\ominus \text{KNO}_3) = 3 \text{ dm}^3$$

$$c(\text{KNO}_3) = \frac{n(\text{KNO}_3)}{V \ominus} \quad \leftarrow \quad n(\text{KNO}_3) = \frac{m(\text{KNO}_3)}{M(\text{KNO}_3)}$$

$$m(\text{KNO}_3) = 6 \text{ g}$$

$$c(\text{KNO}_3) = \frac{m(\text{KNO}_3)}{V \ominus \cdot M(\text{KNO}_3)}$$

$$M(\text{KNO}_3) = 101,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$c(\text{KNO}_3) = \frac{6 \text{ g}}{3 \text{ dm}^3 \cdot 101,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$c(\text{KNO}_3) = ? \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$c(\text{KNO}_3) = \mathbf{0,02 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}}$$

Koncentrácia roztoku dusičnanu draselného je **0,02 mol · dm⁻³**.

Príklad 3:

Vypočítajte, koľko gramov kyseliny citrónovej (C₆H₈O₇) potrebujete na prípravu dvoch litrov 0,2 mol · dm⁻³ roztoku.

$$V(\ominus \text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = 2 \text{ dm}^3$$

$$c(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = \frac{n(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7)}{V \ominus} \quad \leftarrow \quad n(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = \frac{m(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7)}{M(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7)}$$

$$c(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = 0,2 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$c(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = \frac{m(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7)}{V \ominus \cdot M(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7)}$$

$$M(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = 192,12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = c(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) \cdot V \ominus \cdot M(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7)$$

$$m(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = ? \text{ g}$$

$$m(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = 0,2 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \cdot 2 \text{ dm}^3 \cdot 192,12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7) = \mathbf{76,85 \text{ g}}$$

Na prípravu dvoch litrov 0,2 mol · dm⁻³ roztoku kyseliny citrónovej potrebujeme **76,58 g** C₆H₈O₇.

Príklad 4:

Koľko mólov chloridu železitého (FeCl_3) potrebujeme na prípravu 620 ml roztoku s koncentráciou $0,6 \text{ mol. dm}^{-3}$.

Príklad 5:

Vypočítajte objem (v cm^3) $0,1 \text{ mol. dm}^{-3}$ roztoku hydroxidu draselného (KOH), ktorý možno pripraviť z 5,5 g KOH.

Príklad 6:

Koľko gramov chloridu vápenatého (CaCl_2) obsahuje 450 ml roztoku CaCl_2 s koncentráciou $c = 1,1 \text{ mol. dm}^{-3}$?

Príklad 4:

Koľko mólov chloridu železitého (FeCl_3) potrebujeme na prípravu 620 ml roztoku s koncentráciou $0,6 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$.

$$V(\ominus \text{FeCl}_3) = 620 \text{ ml} = 0,62 \text{ dm}^3 \quad c(\text{FeCl}_3) = \frac{n(\text{FeCl}_3)}{V \ominus}$$

$$c(\text{FeCl}_3) = 0,6 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$n(\text{FeCl}_3) = ? \text{ mol}$$

$$n(\text{FeCl}_3) = c(\text{FeCl}_3) \cdot V \ominus$$

$$n(\text{FeCl}_3) = 0,6 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \cdot 0,62 \text{ dm}^3$$

$$n(\text{FeCl}_3) = \mathbf{0,372 \text{ mol}}$$

Na prípravu roztoku chloridu železitého budeme potrebovať **0,372 molov** FeCl_3 .

Príklad 5:

Vypočítajte objem ($v \text{ cm}^3$) $0,1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ roztoku hydroxidu draselného (KOH), ktorý možno pripraviť z 5,5 g KOH .

$$c(\text{KOH}) = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$m(\text{KOH}) = 5,5 \text{ g}$$

$$M(\text{KOH}) = 56,11 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$V(\ominus \text{KOH}) = ? \text{ cm}^3$$

$$c(\text{KOH}) = \frac{n(\text{KOH})}{V \ominus} \quad \leftarrow \quad n(\text{KOH}) = \frac{m(\text{KOH})}{M(\text{KOH})}$$

$$c(\text{KOH}) = \frac{m(\text{KOH})}{V \ominus \cdot M(\text{KOH})}$$

$$V \ominus = \frac{m(\text{KOH})}{c(\text{KOH}) \cdot M(\text{KOH})}$$

$$V \ominus = \frac{5,5 \text{ g}}{0,1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \cdot 56,11 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$V \ominus = 0,98 \text{ dm}^3 = \mathbf{980 \text{ cm}^3}$$

Objem $0,1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ roztoku hydroxidu draselného, ktorý možno pripraviť z 5,5 g KOH je **980 cm^3** .

Príklad 6:

Koľko gramov chloridu vápenatého (CaCl_2) obsahuje 450 ml roztoku CaCl_2 s koncentráciou $c = 1,1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$?

$$V(\ominus \text{CaCl}_2) = 450 \text{ ml} = 0,45 \text{ dm}^3 \quad c(\text{CaCl}_2) = \frac{n(\text{CaCl}_2)}{V \ominus} \quad \leftarrow \quad n(\text{CaCl}_2) = \frac{m(\text{CaCl}_2)}{M(\text{CaCl}_2)}$$

$$c(\text{CaCl}_2) = 1,1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$M(\text{CaCl}_2) = 56,11 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(\text{CaCl}_2) = ? \text{ g}$$

$$c(\text{CaCl}_2) = \frac{m(\text{CaCl}_2)}{V \ominus \cdot M(\text{CaCl}_2)}$$

$$m(\text{CaCl}_2) = c(\text{CaCl}_2) \cdot V \ominus \cdot M(\text{CaCl}_2)$$

$$m(\text{CaCl}_2) = 1,1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \cdot 0,45 \text{ dm}^3 \cdot 56,11 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(\text{CaCl}_2) = \mathbf{54,94 \text{ g}}$$

450 ml roztoku chloridu vápenatého s koncentráciou $1,1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ obsahuje **54,94 g** CaCl_2 .

Príklad 7:

Vypočítajte, koľko gramov síranu meďnatého (CuSO_4) potrebujete na prípravu jedného litra $2,3 \text{ mol. dm}^{-3}$ roztoku, ak máte k dispozícii 95 % – ný CuSO_4 .

Príklad 7:

Vypočítajte, koľko gramov síranu meďnatého (CuSO_4) potrebujete na prípravu jedného litra $2,3 \text{ mol. dm}^{-3}$ roztoku, ak máte k dispozícii 95 % CuSO_4 .

$$V(\ominus \text{CuSO}_4) = 1 \text{ dm}^3$$

$$c(\text{CuSO}_4) = 2,3 \text{ mol. dm}^{-3}$$

$$w(\text{CuSO}_4) = 0,95$$

$$M(\text{CuSO}_4) = 159,61 \text{ g. mol}^{-1}$$

$$m_{95\%}(\text{CuSO}_4) = ? \text{ g}$$

$$\frac{\begin{array}{l} \uparrow 1 \text{ dm}^3 1 \text{ mol. dm}^{-3} \text{ roztoku } \text{CuSO}_4 \dots (\text{obsahuje}) \dots 159,61 \text{ g } (\text{CuSO}_4) \uparrow \\ 1 \text{ dm}^3 2,3 \text{ mol. dm}^{-3} \text{ roztoku } \text{CuSO}_4 \dots (\text{obsahuje}) \dots x \text{ g } (\text{CuSO}_4) \uparrow \end{array}}{x = 2,3 \cdot 159,61}$$

$$x = 2,3 \cdot 159,61$$

$$x = 367,1 \text{ g (100 \% - ného) } \text{CuSO}_4$$

Hmotnostná koncentrácia disponibilného CuSO_4 je iba 95 %, t. j. hmotnostný zlomok $w(\text{CuSO}_4) = 0,95$. Potom potrebnému množstvu CuSO_4 ekvivalentnému 367,1 g 100 % – ného síranu musí zodpovedať väčšie množstvo menej koncentrovaného CuSO_4 . Výpočet možno vykonať pomocou trojčlenky s nepriamou úmerou:

$$\frac{\begin{array}{l} \uparrow 100 \% - \text{ného } \text{CuSO}_4 \dots (\text{treba}) \dots 367,1 \text{ g } \text{CuSO}_4 \downarrow \\ 95 \% - \text{ného } \text{CuSO}_4 \dots (\text{treba}) \dots x \text{ g } \text{CuSO}_4 \downarrow \end{array}}{95 : 100 = 367,1 : x}$$

$$95x = 36710$$

$$x = \mathbf{386,42 \text{ g}} \text{ 95 \% - ného } \text{CuSO}_4$$

Alternatívna možnosť prepočtu hmotnosti 100 % – ného síranu (m) na hmotnosť 95 % – ného (m_1) je použitie definičného vzťahu hmotnostného zlomku $w(\text{CuSO}_4)$, ktorý vyjadruje hmotnostný podiel čistej látky v 1 g sústavy zloženej z čistej látky a prímiesi:

$$w(\text{CuSO}_4) = \frac{m(100 \% - \text{ného síranu})}{m_1(\text{sústavy})} = 0,95 \quad \Rightarrow$$

$$m_1 = \frac{m}{w(\text{CuSO}_4)} = \frac{367,1 \text{ g}}{0,95} = \mathbf{386,42 \text{ g } \text{CuSO}_4 \text{ (95 \% - ného)}}$$

Na prípravu jedného litra roztoku síranu meďnatého potrebujeme **386,42 g** 95 % CuSO_4

Príklad 8:

Vypočítajte objem 76 % kyseliny sírovej (H_2SO_4) potrebný na prípravu 300 ml roztoku H_2SO_4 s koncentráciou $0,4 \text{ mol. dm}^{-3}$. ($\rho_{76\% \text{ H}_2\text{SO}_4} = 1,681 \text{ g. cm}^{-3}$)

Príklad 8:

Vypočítajte objem 76 % kyseliny sírovej (H_2SO_4) potrebný na prípravu 300 ml roztoku H_2SO_4 s koncentráciou $0,4 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$. ($\rho_{76\% \text{H}_2\text{SO}_4} = 1,681 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)

$$V(\ominus \text{H}_2\text{SO}_4) = 300 \text{ ml} = 0,3 \text{ dm}^3$$

$$c(\text{H}_2\text{SO}_4) = 0,4 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$w(\text{H}_2\text{SO}_4) = 0,76$$

$$M(\text{H}_2\text{SO}_4) = 98,09 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\rho_{76\% \text{H}_2\text{SO}_4} = 1,681 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$V_{76\% \text{H}_2\text{SO}_4} = ? \text{ cm}^3$$

$1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \text{H}_2\text{SO}_4 \dots \dots \dots \text{v } 1 \text{ dm}^3 \dots (\text{obsahuje}) \dots 98,09 \text{ g} (\text{H}_2\text{SO}_4)$

$0,4 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \text{H}_2\text{SO}_4 \dots \dots \dots \text{v } 1 \text{ dm}^3 \dots (\text{obsahuje}) \dots 98,09 \cdot 0,4 \text{ g} (\text{H}_2\text{SO}_4) = 39,23 \text{ g} (\text{H}_2\text{SO}_4)$

$0,4 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \text{H}_2\text{SO}_4 \dots \dots \dots \text{v } 0,3 \text{ dm}^3 \dots (\text{obsahuje}) \dots x \text{ g} (\text{H}_2\text{SO}_4)$

$$x = 39,23 \cdot 0,3$$

$$x = 11,77 \text{ g} (100 \% - \text{nej}) \text{H}_2\text{SO}_4$$

$$\begin{array}{l} \uparrow (\text{množstvo}) 100 \% - \text{nej } \text{H}_2\text{SO}_4 \dots \dots \dots 11,77 \text{ g } \text{H}_2\text{SO}_4 \downarrow \\ (\text{množstvo}) 76 \% - \text{nej } \text{H}_2\text{SO}_4 \dots \dots \dots x \text{ g } \text{H}_2\text{SO}_4 \end{array}$$

$$76 : 100 = 11,77 : x$$

$$76x = 1177$$

$$x = 15,49 \text{ g} (76 \% - \text{nej}) \text{H}_2\text{SO}_4$$

$$\rho(76\% \text{H}_2\text{SO}_4) = \frac{m(76\% \text{H}_2\text{SO}_4)}{V(76\% \text{H}_2\text{SO}_4)}$$

$$V(76\% \text{H}_2\text{SO}_4) = \frac{m(76\% \text{H}_2\text{SO}_4)}{\rho(76\% \text{H}_2\text{SO}_4)}$$

$$V(76\% \text{H}_2\text{SO}_4) = \frac{15,49 \text{ g}}{1,681 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}}$$

$$V(76\% \text{H}_2\text{SO}_4) = \mathbf{9,21 \text{ ml}}$$

Na prípravu 300 ml roztoku H_2SO_4 s koncentráciou $0,4 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ budeme potrebovať **$9,21 \text{ cm}^3$** 76% – nej H_2SO_4 .

Príklad 9:

Roztok NO_3^- má koncentráciu $100 \text{ mg} \cdot \text{dm}^{-3}$. Vypočítajte hmotnosť dusičnanu draselného (KNO_3) potrebného na prípravu 1000 ml roztoku NO_3^- .

Príklad 10:

Prípravte dva litre roztoku kyseliny chlorovodíkovej (HCl) s koncentráciou $0,01 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$, ak v laboratóriu máte k dispozícii 36 % - ný HCl . ($\rho_{36\% \text{HCl}} = 1,1789 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)

Príklad 9:

Roztok NO_3^- má koncentráciu $100 \text{ mg} \cdot \text{dm}^{-3}$. Vypočítajte hmotnosť dusičnanu draselného (KNO_3) potrebného na prípravu 1000 ml roztoku NO_3^- .

$c(\text{NO}_3^-) = 100 \text{ mg} \cdot \text{dm}^{-3}$	$\text{KNO}_3 \quad \text{NO}_3^-$
$V(\odot) = 1000 \text{ ml} = 1 \text{ dm}^3$	$1000 \text{ ml} \odot \dots\dots 101,1 \text{ g} \dots\dots 62 \text{ g}$
$M(\text{KNO}_3) = 101,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$1000 \text{ ml} \odot \dots\dots x \text{ g} \dots\dots 100 \text{ mg} = 0,1 \text{ g}$
$M(\text{NO}_3^- \text{ v } \text{KNO}_3) = 62 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	$62x = 101,1 \cdot 0,1$
$m(\text{KNO}_3) = ? \text{ g}$	$x = 0,16306 \text{ g} = \mathbf{163,06 \text{ mg } \text{KNO}_3}$

Hmotnosť KNO_3 potrebná na prípravu roztoku NO_3^- s koncentráciou $100 \text{ mg} \cdot \text{dm}^{-3}$ je **163,06 mg**.

Príklad 10:

Prípravte dva litre roztoku kyseliny chlorovodíkovej (HCl) s koncentráciou $0,01 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$, ak v laboratóriu máte k dispozícii 36 % – ný HCl . ($\rho_{36\% \text{ HCl}} = 1,1789 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)

$V(\odot \text{ HCl}) = 2 \text{ dm}^3$	$1 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \text{ HCl} \dots\dots 36,46 \text{ g (HCl)} \dots\dots 1 \text{ dm}^3$
$c(\text{HCl}) = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$	$0,01 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \text{ HCl} \dots\dots 0,3646 \text{ g (HCl)} \dots\dots 1 \text{ dm}^3$
$w(\text{HCl}) = 0,36$	$0,01 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \text{ HCl} \dots\dots x \text{ g (HCl)} \dots\dots 2 \text{ dm}^3$
$M(\text{HCl}) = 36,46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$	<hr/> $x = 0,3646 \cdot 2$
$\rho_{36\% \text{ HCl}} = 1,1789 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$	$x = 0,7292 \text{ g (100 \% – nej) HCl}$

$$V_{36\% \text{ HCl}} = ? \text{ cm}^3$$

$\begin{array}{c} \uparrow 100 \% \text{ HCl} \dots\dots 0,7292 \text{ HCl} \\ 36 \% \text{ HCl} \dots\dots x \text{ g HCl} \\ \hline 36 : 100 = 0,7292 : x \\ 36x = 72,92 \\ x = 2,03 \text{ g } 36 \% \text{ – nej HCl} \end{array}$	$\rho(36 \% \text{ HCl}) = \frac{m(36 \% \text{ HCl})}{V(36 \% \text{ HCl})}$ $V(36 \% \text{ HCl}) = \frac{m(36 \% \text{ HCl})}{\rho(36 \% \text{ HCl})}$ $V(36 \% \text{ HCl}) = \frac{2,03 \text{ g}}{1,1789 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}}$ $V(36 \% \text{ HCl}) = \mathbf{1,7219 \text{ ml}}$
--	---

Na prípravu dvoch litrov $0,01 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ roztoku HCl budeme potrebovať **1,7219 ml** 36% – nej HCl .

Príklad 11:

4,6 g hydroxidu sodného (NaOH) bolo rozpustených v $1,5 \text{ dm}^3$ vody. Vypočítajte látkovú koncentráciu vzniknutého roztoku NaOH.

Príklad 12:

Študent napipetoval 250 cm^3 vzorky $0,3 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$ roztoku bromidu draselného (KBr). Koľko mólov KBr obsahuje vzorka?

Príklad 13:

500 ml vzorky nealkoholického nápoja obsahuje 5,5 gramov sacharózy ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$, cukru). Aká je látková koncentrácia sacharózy v nápoji?

Príklad 11:

4,6 g hydroxidu sodného (NaOH) bolo rozpustených v 1,5 dm³ vody. Vypočítajte látkovú koncentráciu vzniknutého roztoku NaOH.

$$m(\text{NaOH}) = 4,6 \text{ g}$$

$$c(\text{NaOH}) = \frac{n(\text{NaOH})}{V \ominus} \leftarrow n(\text{NaOH}) = \frac{m(\text{NaOH})}{M(\text{NaOH})}$$

$$V(\ominus \text{NaOH}) = 1,5 \text{ dm}^3$$

$$c(\text{NaOH}) = \frac{m(\text{NaOH})}{V \ominus \cdot M(\text{NaOH})}$$

$$M(\text{NaOH}) = 39,997 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$c(\text{NaOH}) = \frac{4,6 \text{ g}}{1,5 \text{ dm}^3 \cdot 39,997 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$c(\text{NaOH}) = ? \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$c(\text{NaOH}) = \mathbf{0,08 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}}$$

Koncentrácia vzniknutého roztoku hydroxidu sodného je **0,08 mol · dm⁻³**.

Príklad 12:

Študent napipetoval 250 cm³ vzorky 0,3 mol · dm⁻³ roztoku bromidu draselného (KBr). Koľko mólov KBr obsahuje vzorka?

$$V(\ominus \text{KBr}) = 250 \text{ cm}^3 = 0,25 \text{ dm}^3$$

$$c(\text{KBr}) = \frac{n(\text{KBr})}{V \ominus}$$

$$c(\text{KBr}) = 0,3 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$n(\text{KBr}) = c(\text{KBr}) \cdot V \ominus$$

$$n(\text{KBr}) = ? \text{ mol}$$

$$n(\text{KBr}) = 0,3 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3} \cdot 0,25 \text{ dm}^3$$

$$n(\text{KBr}) = \mathbf{0,075 \text{ mol}}$$

Vzorka obsahuje **0,075 mólov KBr**.

Príklad 13:

500 ml vzorky nealkoholického nápoja obsahuje 5,5 gramov sacharózy (C₁₂H₂₂O₁₁, cukru). Aká je látková koncentrácia sacharózy v nápoji?

$$V(\ominus \text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}) = 500 \text{ ml} = 0,5 \text{ dm}^3$$

$$c(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}) = \frac{n(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11})}{V \ominus} \leftarrow n = \frac{m}{M}$$

$$m(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}) = 5,5 \text{ g}$$

$$c(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}) = \frac{m(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11})}{V \ominus \cdot M(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11})}$$

$$M(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}) = 342,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$c(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}) = \frac{5,5 \text{ g}}{0,5 \text{ dm}^3 \cdot 342,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

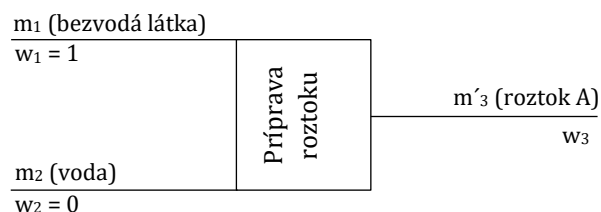
$$c(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}) = ? \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$c(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}) = \mathbf{0,03 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}}$$

Koncentrácia sacharózy v nápoji je **0,03 mol · dm⁻³**.

Príprava a zmiešavanie roztokov

V školských laboratóriách prichádzame najčastejšie do styku s vodnými roztokmi. Pripravujeme ich zvyčajne tak, že odvážime vypočítané množstvo tuhej bezvodnej látky rozpustíme ho v určitom objeme vody. Pre úlohy spojené s takouto prípravou roztokov platí všeobecná bilančná schéma:



Z definície vyplýva, že hmotnostný zlomok $w(A)$ v bezvodnej látke A má hodnotu $w(A) = 1$, kým v čistej vode $w(A) = 0$.

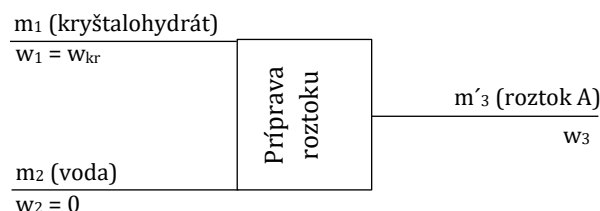
Bilančné rovnice sú:

$$m_1 + m_2 = m'_3 \quad (12)$$

$$m_1 = m'_3 \cdot w_3 \quad (13)$$

Mnohé tuhé látky kryštalizujú vo forme kryštalohydrátov, t.j. zlúčenín, ktoré v štruktúre kryštálu obsahujú molekuly vody, napr. $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$. Hmotnostný zlomok bezvodnej látky A v kryštalohydráte $\text{A} \cdot n\text{H}_2\text{O}$ označíme w_{kr} a vypočítame podľa vzťahu: $w_{\text{kr}}(A) = \frac{M(A)}{M(A \cdot n\text{H}_2\text{O})}$

Pri príprave roztokov z kryštalohydrátov a vody použijeme rovnakú bilančnú schému ako v prípade rozpúšťania bezvodnej látky, ale s tým rozdielom, že hmotnostný zlomok bezvodnej látky v kryštalohydráte w_{kr} sa nerovná jednej, ale w_{kr} leží v rozmedzí medzi nulou a jednotkou. Platí teda všeobecná bilančná schéma:



Bilančné rovnice:

$$m_1 + m_2 = m'_3 \quad (14)$$

$$m_1 \cdot w_1 = m'_3 \cdot w_3 \quad (15)$$

Zmiešavacia rovnica je bilančná rovnica, ktorou sa riadi zmiešavanie roztokov tej istej látky so známymi hmotnosťami a známymi hmotnostnými zlomkami, teda s koncentráciou vyjadrovanou ako hmotnostnou resp. percentuálnou koncentráciou. Jej tvar je:

$$m_1 \cdot w_1(A) + m_2 \cdot w_2(A) = (m_1 + m_2) \cdot w_3(A) \quad (16)$$

kde m_1, m_2 sú hmotnosti roztokov pred zmiešaním,

w_1, w_2 sú hmotnostné zlomky rozpustenej látky A v roztokoch pred zmiešaním,

$(m_1 + m_2)$ je hmotnosť výsledného roztoku, ktorý vznikol zmiešaním,

w_3 je výsledný hmotnostný zlomok rozpustenej látky A v zmiešanom roztoku.

Bilančná rovnica v takomto tvare vyjadruje matematický vzťah medzi fyzikálnou veličinou – hmotnosťou čistej zložky A vo fyzikálnom deji (nie pri chemickej reakcii), zostavený na základe zákona zachovania hmotnosti.

Zriedovanie roztokov čistou vodou (všeobecne rozpúšťadlom) zjednodušuje zmiešavaciu rovnicu, pretože hmotnostný zlomok látky A v čistej vode $w_2(A) = 0$, čo anuluje celý druhý člen rovnice a táto nadobúda tvar:

$$m_1 \cdot w_1(A) = (m_1 + m_2) \cdot w_3(A) \quad (17)$$

kde m_1 je hmotnosť roztoku, ktorý sa bude zriedovať,

m_2 je hmotnosť pridávanej vody (rozpúšťadla),

$w_1(A)$ je hmotnostný zlomok látky A v roztoku pred pridaním vody (rozpúšťadla),

$w_3(A)$ je hmotnostný zlomok látky A vo výslednom zriedenom roztoku; pri zriedovaní platí, že $w_3 < w_1$.

Zmiešavacia rovnica pre roztoky, ktorých koncentrácia látky A je vyjadrená vo forme látkovej koncentrácie ($\text{mol} \cdot \text{dm}^{-3}$), má tvar analogický:

$$c_1(A) \cdot V_1 + c_2(A) \cdot V_2 = c_3 \cdot (V_1 + V_2) \quad (18)$$

Zriedovanie roztoku vodou (čistým rozpúšťadlom) na objem V_2 sa riadi bilančnou rovnicou:

$$c_1(A) \cdot V_1 = c_2(A) \cdot V_2 \quad (19)$$

Rovnaký vzťah platí aj pre odparenie časti rozpúšťadla.

V prípade zriedenia platí: $V_2 > V_1$ a $c_2(A) < c_1(A)$; pri odparení časti rozpúšťadla $V_2 < V_1$ a $c_2(A) > c_1(A)$.

Dôležité: Treba mať na pamäti, že korektnosť výpočtu s používaním objemových dielov predpokladá, že nedochádza k objemovej zmene – kontrakcii (t.j. platí aditivita objemov), že zmiešavanie je izotermické a, samozrejme, nejde o chemickú reakciu. Tieto podmienky nie sú vždy splnené.

Ak je potrebný korektný prepočet s aplikovaním bilančnej rovnice, musíme látkové koncentrácie prepočítať na hmotnostné pomocou hustoty zodpovedajúcich roztokov a zohľadnením rozdielnych definícií koncentrácie látkovej a hmotnostnej.

Krížové pravidlo, v laboratóriu často používané, je odvodené matematickou úpravou bilančných rovníc do tvarov:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{w_3(A) - w_2(A)}{w_1(A) - w_3(A)} \quad (20)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{c_3(A) - c_2(A)}{c_1(A) - c_3(A)} \quad (21)$$

Príklad 1:

Vypočítajte hmotnosť (v gramoch) 15 % – ného roztoku KOH potrebnú na prípravu 1300 g 1 % – ného roztoku KOH.

Príklad 2:

Určte koľko cm^3 vody budete potrebovať na zriedenie 20 g 48 % – ného roztoku KBr, aby ste dostali 5 % – ný roztok KBr.

Príklad 1:

Vypočítajte hmotnosť (v gramoch) 15 % – ného roztoku KOH potrebnú na prípravu 1300 g 1 % – ného roztoku KOH.

$$m(1\% \odot \text{KOH}) = 1300 \text{ g}$$

$$m(15\% \odot \text{KOH}) = ? \text{ g}$$

$ \begin{array}{l} 15\% \odot \text{KOH} \\ \quad \quad \quad \backslash \\ \quad \quad \quad 1\% \odot \text{KOH} \\ \quad \quad \quad / \\ \text{H}_2\text{O} \end{array} $	$ \begin{array}{l} 1 \text{ diel } 15\% \odot \text{KOH} \\ \quad \quad \quad \backslash \\ \quad \quad \quad 14 \text{ dielov } \text{H}_2\text{O} \\ \quad \quad \quad / \\ 15 \text{ dielov } 1\% \odot \text{KOH} \end{array} $	$ \begin{array}{l} 15 \text{ dielov } \dots \dots \dots 1\,300 \text{ g} \\ 1 \text{ diel } \dots \dots \dots x \text{ g} \\ \hline 15 \cdot x = 1\,300 \\ x = \mathbf{86,67 \text{ g } 15\% \odot \text{KOH}} \end{array} $
---	---	--

Na prípravu 1 300 g 1 % – ného roztoku KOH potrebujeme **86,67 g 15 % – ného \odot KOH**

Príklad 2:

Určte koľko cm^3 vody budete potrebovať na zriedenie 20 g 48 % – ného roztoku KBr, aby ste dostali 5 % – ný roztok KBr.

$$m(48\% \odot \text{KBr}) = 20 \text{ g}$$

$$V(\text{H}_2\text{O}) = ? \text{ dm}^3$$

$ \begin{array}{l} 48\% \odot \text{KBr} \\ \quad \quad \quad \backslash \\ \quad \quad \quad 5\% \odot \text{KBr} \\ \quad \quad \quad / \\ \text{H}_2\text{O} \end{array} $	$ \begin{array}{l} 5 \text{ dielov } 48\% \odot \text{KBr} \\ \quad \quad \quad \backslash \\ \quad \quad \quad 43 \text{ dielov } \text{H}_2\text{O} \\ \quad \quad \quad / \\ 48 \text{ dielov } 5\% \odot \text{KBr} \end{array} $	$ \begin{array}{l} 5 \text{ dielov } \dots \dots \dots 20 \text{ g} \\ 43 \text{ dielov } \dots \dots \dots x \text{ g} \\ \hline 5 \cdot x = 860 \\ x = \mathbf{172 \text{ g } \text{H}_2\text{O} = 172 \text{ cm}^3} \end{array} $
---	---	--

Na zriedenie roztoku KBr budeme potrebovať **172 cm^3 H_2O** .

Príklad 3:

Prpravte 1 000 ml 3 % – nej kyseliny dusičnej (HNO_3), ak v laboratóriu máte k dispozícii 65 % –nú HNO_3 . ($\rho_{65\% \text{HNO}_3} = 1,3866 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $\rho_{3\% \text{HNO}_3} = 1,0146 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)

Príklad 3:

Prípravte 1 000 ml 3 % – nej kyseliny dusičnej (HNO_3), ak v laboratóriu máte k dispozícii 65 % –nú HNO_3 . ($\rho_{65\% \text{HNO}_3} = 1,3866 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $\rho_{3\% \text{HNO}_3} = 1,0146 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)

$$V(3\% \text{HNO}_3) = 1000 \text{ ml}$$

$$\rho(3\% \text{HNO}_3) = \frac{m(3\% \text{HNO}_3)}{V(3\% \text{HNO}_3)}$$

$$\rho_{3\% \text{HNO}_3} = 1,0146 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

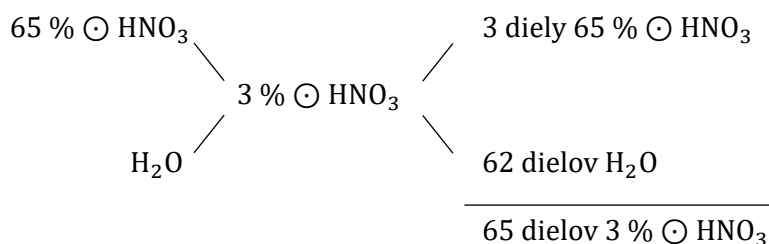
$$m(3\% \text{HNO}_3) = \rho(3\% \text{HNO}_3) \cdot V(3\% \text{HNO}_3)$$

$$\rho_{65\% \text{HNO}_3} = 1,3866 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$m(3\% \text{HNO}_3) = 1,0146 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot 1000 \text{ cm}^3$$

$$V(65\% \text{HNO}_3) = ? \text{ ml}$$

$$m(3\% \text{HNO}_3) = 1014,6 \text{ g}$$



$$65 \text{ dielov} \dots \dots \dots 1014,6 \text{ g}$$

$$\rho(65\% \text{HNO}_3) = \frac{m(65\% \text{HNO}_3)}{V(65\% \text{HNO}_3)}$$

$$3 \text{ diely} \dots \dots \dots x \text{ g}$$

$$V(65\% \text{HNO}_3) = \frac{m(65\% \text{HNO}_3)}{\rho(65\% \text{HNO}_3)}$$

$$65 \cdot x = 3 \cdot 1014,6$$

$$V(65\% \text{HNO}_3) = \frac{46,83 \text{ g}}{1,3866 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}}$$

$$x = 46,83 \text{ g}$$

$$V(65\% \text{HNO}_3) = \mathbf{33,77 \text{ ml}} \text{ 65 \% – nej } \text{HNO}_3$$

Na prípravu 1000 ml 3 % – ného ⊙ HNO_3 potrebujeme **33,77 ml** 65 % – nej HNO_3 .

Príklad 4:

Zmiešaním 98 % – nej kyseliny sírovej (H_2SO_4) s 10 % – nou H_2SO_4 potrebujeme pripraviť 2000 cm^3 45 % – nej H_2SO_4 . Koľko cm^3 jednotlivých kyselín musíme použiť?

($\rho_{98\%\text{H}_2\text{SO}_4} = 1,8361 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $\rho_{10\%\text{H}_2\text{SO}_4} = 1,0661 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $\rho_{45\%\text{H}_2\text{SO}_4} = 1,3473 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)

Príklad 4:

Zmiešaním 98 % – nej kyseliny sírovej (H_2SO_4) s 10 % – nou H_2SO_4 potrebujeme pripraviť 2000 cm^3 45 % – nej H_2SO_4 . Koľko cm^3 jednotlivých kyselín musíme použiť?

($\rho_{98\% \text{H}_2\text{SO}_4} = 1,8361 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $\rho_{10\% \text{H}_2\text{SO}_4} = 1,0661 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $\rho_{45\% \text{H}_2\text{SO}_4} = 1,3473 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)

$$V (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = 2000 \text{ cm}^3$$

$$\rho (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = \frac{m (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4)}{V (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4)}$$

$$\rho_{98\% \text{H}_2\text{SO}_4} = 1,8361 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$m (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = \rho (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4) \cdot V (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4)$$

$$\rho_{10\% \text{H}_2\text{SO}_4} = 1,0661 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

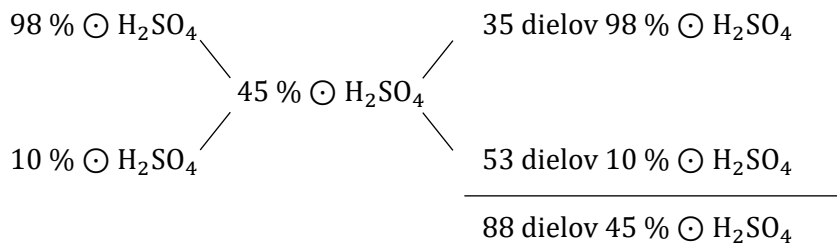
$$m (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = 1,3473 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot 2000 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{45\% \text{H}_2\text{SO}_4} = 1,3473 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$m (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = 2694,6 \text{ g}$$

$$V (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = ? \text{ cm}^3$$

$$V (10 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = ? \text{ cm}^3$$



$$88 \text{ dielov} \dots \dots \dots 2694,6 \text{ g}$$

$$\rho (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = \frac{m (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4)}{V (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4)}$$

$$35 \text{ dielov} \dots \dots \dots x \text{ g}$$

$$V (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = \frac{m (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4)}{\rho (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4)}$$

$$88 \cdot x = 35 \cdot 2694,6 \text{ g}$$

$$V (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = \frac{1071,7 \text{ g}}{1,8361 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}}$$

$$x = 1071,7 \text{ g} - 98 \% - \text{nej } \text{H}_2\text{SO}_4$$

$$V (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = \mathbf{583,68 \text{ cm}^3}$$

$$V (10 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = V (45 \% \text{H}_2\text{SO}_4) - V (98 \% \text{H}_2\text{SO}_4) = 2000 \text{ cm}^3 - 583,68 \text{ cm}^3 = \mathbf{1416,32 \text{ cm}^3}$$

Na prípravu 2000 cm^3 45 % – nej H_2SO_4 musíme použiť **$583,68 \text{ cm}^3$** 98 % H_2SO_4 a **$1416,32 \text{ cm}^3$** 10 % H_2SO_4 .

Príklad 5:

180 g 65 % – nej kyseliny octovej (CH_3COOH) zmiešame s 8 % CH_3COOH tak, aby vznikla 20 % – ná CH_3COOH . Vypočítajte, koľko g 8 % – nej CH_3COOH budete potrebovať.

Príklad 6:

Študent v laboratóriu zmiešal roztok 45 % – nej NaCl s 5 % – nou NaCl, pričom získal 450 g 9 % – ného roztoku NaCl. Vypočítajte koľko gramov jednotlivých roztokov NaCl študent zmiešal

Príklad 5:

180 g 65 % – nej kyseliny octovej (CH_3COOH) zmiešame s 8 % CH_3COOH tak, aby vznikla 20 % – ná CH_3COOH . Vypočítajte, koľko g 8 % – nej CH_3COOH budete potrebovať.

$$m(65\% \odot \text{CH}_3\text{COOH}) = 180 \text{ g}$$

$$m(8\% \odot \text{CH}_3\text{COOH}) = ? \text{ g}$$

$$\begin{array}{rcl}
 65\% \odot \text{CH}_3\text{COOH} & \searrow & 12 \text{ dielov } 65\% \odot \text{CH}_3\text{COOH} \\
 & 20\% \odot \text{CH}_3\text{COOH} & \\
 8\% \odot \text{CH}_3\text{COOH} & \nearrow & 45 \text{ dielov } 8\% \odot \text{CH}_3\text{COOH} \\
 & & \hline
 & & 57 \text{ dielov } 20\% \odot \text{CH}_3\text{COOH}
 \end{array}$$

$$12 \text{ dielov } \dots \dots \dots 180 \text{ g}$$

$$45 \text{ dielov } \dots \dots \dots x \text{ g}$$

$$12 \cdot x = 180 \cdot 45$$

$$x = \mathbf{675 \text{ g}} \text{ 8 \% – nej } \text{CH}_3\text{COOH}$$

Na prípravu 20 % – nej CH_3COOH budeme potrebovať **675 g** 8 % – nej CH_3COOH .

Príklad 6:

Študent v laboratóriu zmiešal roztok 45 % – nej NaCl s 5 % – nou NaCl, pričom získal 450 g 9 % – ného roztoku NaCl. Vypočítajte koľko gramov jednotlivých roztokov NaCl študent zmiešal

$$m(9\% \odot \text{NaCl}) = 450 \text{ g}$$

$$m(45\% \odot \text{NaCl}) = ? \text{ g}$$

$$m(5\% \odot \text{NaCl}) = ? \text{ g}$$

$$\begin{array}{rcl}
 45\% \odot \text{NaCl} & \searrow & 4 \text{ diely } 45\% \odot \text{NaCl} & 40 \text{ dielov } \dots \dots \dots 450 \text{ g} \\
 & 9\% \odot \text{NaCl} & & \\
 5\% \odot \text{NaCl} & \nearrow & 36 \text{ dielov } 5\% \odot \text{NaCl} & 4 \text{ diely } \dots \dots \dots x \text{ g} \\
 & & \hline
 & & 40 \text{ dielov } 9\% \odot \text{NaCl} & 40 \cdot x = 4 \cdot 450 \\
 & & & x = \mathbf{45 \text{ g}} \text{ 45 \% – ného } \odot \text{NaCl}
 \end{array}$$

$$m(5\% \odot \text{NaCl}) = m(9\% \odot \text{NaCl}) - m(45\% \odot \text{NaCl}) = 450 \text{ g} - 45 \text{ g} = \mathbf{405 \text{ g}}$$

Študent zmiešal **45 g** 45 % – ného $\odot \text{NaCl}$ a **405 g** 5 % – ného $\odot \text{NaCl}$.

Zoznam použitej literatúry

MARKO, M. – HORVÁTH, S. – KANDRÁČ, J. 1971. *Príklady a úlohy z chémie*. prvé vyd. Bratislava: SNP, 1971. 288 s.

KOTLÍK, B. – RŮŽIČKOVÁ, K. 2002. *Chémia v kočke I*. prvé vyd. Bratislava: ART AREA, 2002. 118 s. ISBN 80-88879-96-5.

PORUBSKÁ, M. – JOMOVÁ, K. 2017. *Pod'me počítať úlohy z analytickej chémie. Postupy krok za krokom*. Nitra: UKF, 2017. 198 s. ISBN 978-80-558-1190-1.

POTOČŇÁK, I. 2017. *Chemické výpočty vo všeobecnej a anorganickej chémii*. [online] 3. vyd. Košice: UPJŠ, 2017. 208 s. ISBN 978-80-8152-523-0.

MARINIČOVÁ, R. 2005. *Analytická chémia v príkladoch*. [online] Humenné: SPŠ chemická a potravinárska, 2005. 69 s.

ŠPALKOVÁ, Z. – VYSKOČILOVÁ, V. 2014. *Doplňkový studijní materiál. Chemické výpočty*. Brno: Veterinárni a farmaceutická univerzita, 2014. 33 s.

TATIERSKY, J. 2021. *Základné chemické výpočty*. Bratislava: UK, 2021. 226 s. ISBN 978-80-223-5092-1.

REGULI, J. 2020. *Zbierka riešených úloh z fyzikálnej chémie*. Trnava: Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave, 2020. 427 s. ISBN 978-80-568-0335-6.

OLEJÁR, M. – OLEJÁROVÁ, I. *Derivácie (I. diel). Zbierka vyriešených príkladov*. Bratislava: YOUNG SCIENTIST. 64 s. ISBN 80-88792-02-9.

OLEJÁR, M. – OLEJÁROVÁ, I. *Integrály (I. diel). Zbierka vyriešených príkladov*. Bratislava: YOUNG SCIENTIST. 64 s. ISBN 80-88792-03-7.

OLEJÁR, M. *Integrály. Geometrické aplikácie určitého integrálu (II. diel). Zbierka vyriešených príkladov*. Bratislava: YOUNG SCIENTIST. 80 s. ISBN 80-88792-45-2.

POLÁČEK, Š. – PUŠKÁŠ, J. 1991. *Chemické názvoslovie a základné chemické výpočty*. 1. vyd. Bratislava: Príroda, 1991. 260 s. ISBN 80-07-00399-1.

KMEŤOVÁ, J. – SKORŠEPA, M. – SILNÝ, P. – PICHANIČOVÁ, I. 2020. *Úlohy z chémie 1 – pre gymnáziá*. Bratislava: Expol pedagogika, 2020. 156 s. ISBN 978-80-80915-46-9.

KMEŤOVÁ, J. – SILNÝ, P. – MEDVEĎ, M. – VYDROVÁ, M. 2010. *Chémia pre 1. ročník gymnázia so štvorročným štúdiom a 5. ročník gymnázia s osemročným štúdiom*. Bratislava: Expol pedagogika, 2010. 218 s. ISBN 978-80-80915-60-5.

HORÁKOVÁ, G. – STAREČKOVÁ, A. 2003. *Matematika 1. Zbierka úloh*. Bratislava: Ekonóm, 2003. 232 s.

KLUVÁNEK, I. – MIŠÍK, L. – ŠVEC, M. 1961. *Matematika II*. Bratislava: SVTL, 1961. 855 s.

BERO, P. – SMIDA, J. – ŠEDIVÝ, J. – RIEČAN, B. 1987. *Matematika pro 4. ročník gymnázií*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1987, 357 s.

Názov: **Výpočty v chémii – riešené úlohy pre rozširujúce štúdium**

Autori: Jana Braniša
Mária Porubská
Marián Valko
Karin Koóšová

Vydavateľ: Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre

Edícia: Prírodovedec č. 817

Návrh obálky: Zuzana Branišová

Formát: A4

Rok vydania: 2023

Miesto vydania: Nitra

Počet strán: 102

ISBN 978-80-558-2039-2

EAN 9788055820392

